

1. a) Millä  $a$ :n arvoilla yhtälöryhmällä

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ -x + 4y + 3z = 2 \\ 2x - 2y + az = 3, \end{cases}$$

on yksikäsitteinen ratkaisu?

- b) Millä  $\beta$ :n arvoilla yhtälöryhmällä

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + 5y + 3z = 0 \\ -x + y + \beta z = 0, \end{cases}$$

on ääretön määrä ratkaisuja?

2. Olkoon matriisit  $A$  ja  $B$  määritelty seuraavasti:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Laske

- a)  $\text{Tr}(A)$ ,  
 b)  $\det(A)$ ,  
 c)  $A^{-1}$ , mikäli se on olemassa.  
 d) Ratkaise matriisi  $C$  yhtälöstä

$$AC = B.$$

3. a) Määrittele ortogonaaliset, hermiittiset ja unitaariset matriisit.  
 b) Onko kumpikaan matriiseista

$$A = \begin{pmatrix} i & 1/\sqrt{3} \\ 1/2 & -i \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} i/2 & \sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & i/2 \end{pmatrix}$$

unitaarinen?

- c) Millä  $\alpha$ :n ja  $\beta$ :n arvoilla matriisi

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & \alpha \\ \beta & 1/2 \end{pmatrix}$$

on ortogonaalinen?

**4:s tehtävä kääntöpuolella !**

4. Lineaarikuvausta  $F : R^3 \rightarrow R^3$  vastaava matriisi on

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Ovatko vektorit

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$A$ :n ominaisvektoreita? Jos ovat, niin millä ominaisarvoilla?

b) Määritä  $A$ :n kaikki ominaisarvot.

c) Onko  $A$  diagonalisoituva? Jos on, niin etsi  $A$ :n diagonalisoiva matriisi.