

1. Ratkaise differentiaaliyhtälöt

(a) $y'(x) = e^y$ alkuehdolla $y(0) = 0$.

(b) $y'(x) - 2y(x)/x = 2x^3$ alkuehdolla $y(1) = 2$.

2. Käytä Legendren polynomien $P_n(x)$ generoivaa funktiota

$$g(t, x) = \frac{1}{\sqrt{1 - 2xt + t^2}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)t^n, \quad |t| < 1$$

ja johda palautuskaava

$$(1 + 2n)xP_n(x) = (n + 1)P_{n+1}(x) + nP_{n-1}(x).$$

3. Laske kolmiopulssin Fourier-muunnos.

$$f(x) = h(1 - a|x|) \quad |x| < 1/a$$

$$f(x) = 0 \quad |x| > 1/a$$

Mieti mitä tapahtuu rajalla $h = a$, $a \rightarrow \infty$?

4. Etsi seuraavan matriisin ominaisarvot ja ortonormitetut ominaisvektorit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$