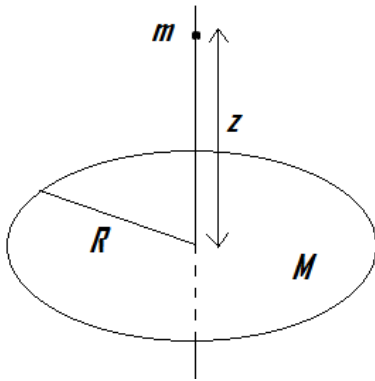


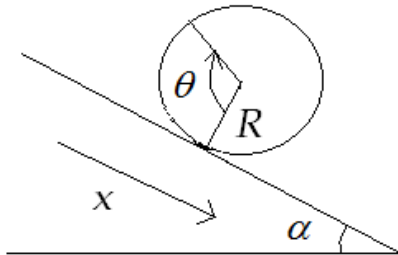
Tentissä on viisi samanarvoista tehtävää.

1) Tarkastellaan seuraavaa tilannetta: Vaakatasossa liikkuvaan kappaleeseen vaikuttaa vastusvoima, joka itseisarvoltaan on suoraan verrannollinen kappaleen vauhtiin v (verrannollisuuskerroin $= k$). Johda yhtälö **a)** kappaleen vauhdille v ja paikalle x ajan t funktiona **b)** vauhdille v paikan x funktiona. Alkuarvot ovat $x(t=0) = 0$ ja $v(t=0) = v_0$.

2) Pistemäinen testikappale on ohuen, homogeenisen ympyrälevyn akselilla etäisyydellä z levystä. Levyn massa on $= M$ ja säde on $= R$ (kuva ohessa). **a)** Laske gravitaatiovoima, jonka levy kohdistaa testikappaleeseen. **b)** Osoita, että voiman lauseke lähenee muotoa vakio/ z^2 , kun $z \gg R$. Testikappaleen massa on $= m$.



3) Homogeeninen sylinteri, jonka säde on $= R$ ja massa on $= M$, vierii liukumatta tasolla, jonka kaltevuuskulma vaakatasoon nähden on $= \alpha$ (kuva). Ota käyttöön koordinaatit θ ja x (kuva) ja johda Lagrangen menetelmällä Lagrangen määräämättömiä kertoimia käyttäen lausekkeet sylinterin lineaariselle kiihtyvyydelle \ddot{x} ja kitkavoimalle F_{μ} .



4) Suuri ympyränmuotoinen levy pyörii keskipisteensä kautta kulkevan pystysuoran akselin ympäri vaakatasossa kulmanopeudella $\omega = 0,200 \text{ s}^{-1}$. Alat kävellä levyn akselin kohdalta levyn koordinaatistossa suoraan kohti levyn reunaa vauhdilla $1,50 \text{ ms}^{-1}$. Kenkiesi pohjan ja levyn välinen kitkakerroin on $\mu = 0,300$. **a)** Piirrä kuvaaja, josta voi lukea sinuun vaikuttavia näennäisvoimia vastaavien kiihtyvyyksien itseisarvon kulkemasi matkan r funktiona välillä $0 < r < 50 \text{ m}$. **b)** Missä pisteessä r_0 ennustat Coriolis-kiihtyvyysermin ja keskipako- eli keskihakuistermin olevan itseisarvoltaan yhtä suuret? **c)** Pitävätkö kenkiesi pohjat niin, että pääset pisteeseen r_0 ennen kuin alat luisua?

5) Kaksi kappaletta, joiden massat ovat m_1 ja m_2 , on yhdistetty toisiinsa lyhyellä kokoon puristetulla jousella. Kappaleet heitetään vauhdilla v_0 suuntaan $\alpha < 90^\circ$ vaakatasosta ylöspäin mitattuna. Liikeratansa lakipisteessä kappaleet irtoavat toisistaan, kun niitä yhdistävä jousi laukeaa ja jousen potentiaalienergia vapautuu kappaleiden liike-energiaksi. Kappale 1 putoaa ja osuu maahan täsmälleen irtoamispisteen alapuolella. Kappale 2 lentää välittömästi irtoamisen jälkeen vaakasuuntaan ja putoaa aikanaan maahan. Oleta, että maapinta on tasainen ja vaakasuora. **a)** Kuinka paljon jouseen oli varastoituneena energiaa? **b)** Kuinka kaukana pisteestä, josta kappaleet lähtivät yhdessä liikkeelle, kappale 2 osuu maahan?

Muistin tueksi:

$$\vec{a}' = \vec{a} - \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}' - 2\vec{\omega} \times \vec{v}' - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) + \sum_k \lambda_k \frac{\partial g_k}{\partial q_j} = 0$$

$$T = T_{MKP} + T' \quad T_{MKP} = \frac{1}{2} M \dot{\mathbf{R}}^2 \quad T' = \frac{1}{2} \mu \dot{\mathbf{r}}^2 \quad M = m_1 + m_2 \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{M}$$