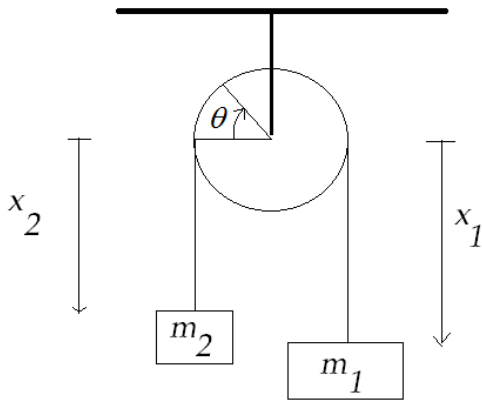


Loppukokeessa on viisi samanarvoista tehtävää.

1) Kappale, jonka massa on m , heitetään pystysuoraan ylöspäin korkeudelta $y = 0$ alkuvauhdilla $v_0 > 0$. Kappaleeseen vaikuttaa vastusvoima $F_v = -kv$, missä k on positiivinen vakio ja v on kappaleen nopeus. Johda lauseke kappaleen vauhdille $v = v(t)$ ajan t funktiona.

2) Oheisen kuvan mukaisessa systeemissä on $m_1 > m_2$, missä m_i = kappaleen i massa ja $i = 1,2$. Väkipyörän massa on M ja säde on R . Kuvaan on merkitty yleistetyt koordinaatit x_1 , x_2 ja θ . **a)** Muodosta näitä koordinaatteja käyttäen systeemin Lagrangen yhtälö(t) ja ratkaise kappaleen 1 kiihtyvyys. **b)** Mitkä ovat langan jännitykset? Väkipyörä on homogeeninen sylinteri.



3) Lapset järjestävät kokeen Coriolisvoiman havainnollistamiseksi. Pyörivänä systeeminä heillä on leikkipuiston vaakasuora keskipisteensä kautta kulkevan akselin ympäri pyörivä ympyrälevy, jonka säde on 3,00 m ja pyörimistaajuus 0,200 Hz. Tarkka tenava, joka seisoo levyn keskipisteessä, puhalttaa koiranputkesta leikkaamallaan lyhyellä putkella herneen huikealla vauhdilla $v = 200$ m/s suoraan kohti ohutta keppiä, joka on asennettu pystysuoraan asentoon ympyrälevyn kehälle 3,00 m päähän putkesta. Kuinka kaukaa herne (hyvin pieni) ohittaa kepin?

- 4) Kaksi pistemäistä kappaletta (massat 0,5 kg ja 1,0 kg) on kytketty toisiinsa ideaalisella jousella, jonka jousivakio on $k = 10 \text{ N/m}$ ja lepopituus on $l = 0,5 \text{ m}$. Kappaleet voivat liikkua vapaasti vaakasuoralla, kitkattomalla pinnalla. Hetkellä $t = 0$ kappaleet ovat 2,0 m päässä toisistaan ja painavampi kappale liikkuu vauhdilla 6,0 m/s (pinnan suhteen) suoraan pois päin toisesta kappaleesta, joka on hetkellisesti levossa pinnan suhteen. Laske
- systeemin massakeskipisteen nopeus
 - kappaleiden suhteellinen nopeus hetkellä $t = 0$
 - jousen suurin venymä
 - Törmäävätkö kappaleet ja, jos törmäävät, mikä on suhteellinen nopeus törmäyshetkellä?

5) Kappaleen massa on 6 kg, ja sen paikkavektorin \mathbf{r} (metriä) lauseke ajan t (sekuntia) funktiona on

$$\mathbf{r} = 3t\hat{i} - 2t^2\hat{j} + (3t + 2)\hat{k}.$$

Tässä \hat{i} on x -suunnan yksikkövektori jne. Esitä lauseke seuraaville suureille: **a)** Kappaleeseen vaikuttava voima \mathbf{F} **b)** Kappaleeseen vaikuttava origon suhteen laskettu vääntömomentti $\boldsymbol{\tau}$ **c)** kappaleen liikemäärä \mathbf{p} ja origon suhteen laskettu pyörimismäärä \mathbf{L} . **d)** Totea, että $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ ja $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$.

Muistin tueksi:

$$\bar{\mathbf{a}}' = \bar{\mathbf{a}} - \dot{\bar{\boldsymbol{\omega}}} \times \bar{\mathbf{r}}' - 2\bar{\boldsymbol{\omega}} \times \bar{\mathbf{v}}' - \bar{\boldsymbol{\omega}} \times (\bar{\boldsymbol{\omega}} \times \bar{\mathbf{r}}')$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) + \sum_k \lambda_k \frac{\partial g_k}{\partial q_j} = 0$$