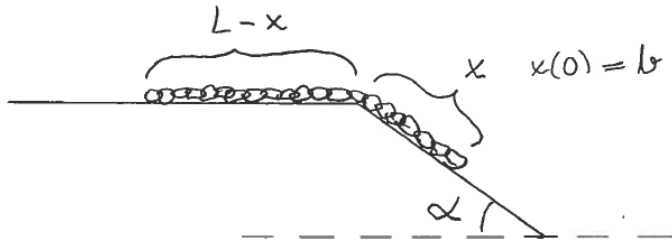


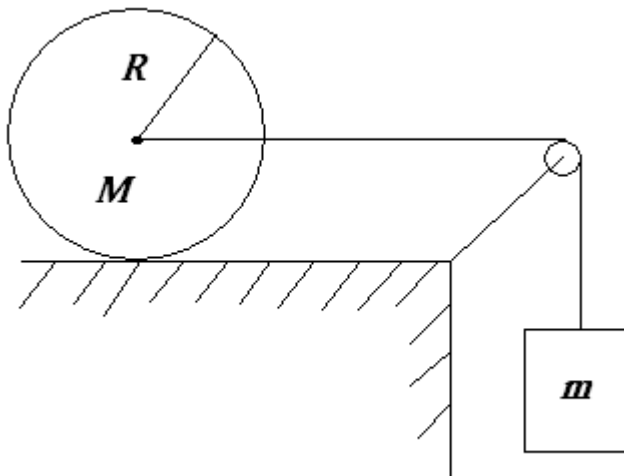
Tentissä on viisi samanarvoista tehtävää.

1) Taipuisa, venymätön ketju, jonka pituus on  $= L$  ja massa on  $= M$ , on asetettu kitkattomalle pinnalle kuvan mukaisesti. Osa ketjusta on hetkellä  $t = 0$  vaakasuoralla tasolla, ja ketjun loppuosa on tasolla, jonka kaltevuuskulma vaakatasoon nähden on  $= \alpha$ . Kaltevalla tasolla olevan ketjunosan pituus on  $= x$ ;  $x = b$  ajanhetkellä  $t = 0$ . Kun  $t = 0$ , ketju on levossa. **a)** Esitä lauseke ketjun kiihtyvyydelle. **b)** Määritä ketjun vauhti hetkellä, jolloin sen loppupää juuri poistuu vaakatasolta. **c)** Johda lauseke nopeudelle  $v$   $x$ :n funktiona, kun  $b \leq x \leq L$ .

Vihje: Lausekkeesta  $dv/dt = dv/dx \cdot dx/dt$  voi olla apua.



2) Sylinterin (massa  $= M$ , säde  $= R$ ) keskiakseliin on kiinnitetty massattomalla ja venymättömällä langalla punnus (massa  $= m$ ). Pieni väkipyörä voidaan olettaa massattomaksi ja kitkattomaksi. Sylinteri lähtee levosta vierimään liukumatta pitkin tasoa. Mikä on punnuksen kiihtyvyys? Mikä on langan jännitys? Kuinka suuri on kitkakerroimen vähintään oltava, jotta vieriminen liukumatta olisi mahdollista? Ratkaise tehtävä käyttäen Lagrangen menetelmää.



3) Kaksi akrobaattia hyppää tasaisella maalla toisiinsa kietoutuneina suuntaan  $\theta$  vaakatasosta mitaten vauhdilla  $v_0$ . Ratansa korkeimmalla kohdalla akrobaatit pökkäävät toisiaan siten, että systeemin liike-energian lisäys on  $E$  ja akrobaatit jatkavat matkaansa suunnan muuttumatta. Mikä on akrobaattien välinen etäisyys, kun he putoavat maahan? Akrobaattien massat ovat  $m_1$  ja  $m_2$ .

4) Lapset järjestävät kokeen Coriolisvoiman havainnollistamiseksi. Pyörivänä systeeminä heillä on leikkiuiston vaakasuora keskipisteensä kautta kulkevan akselin ympäri pyörivä ympyrälevy, jonka säde on 3,00 m ja pyörimistaajuus 0,200 Hz. Tarkka tenava, joka seisoo levyn keskipisteessä, puhaltaa koiranputkesta leikkaamallaan lyhyellä putkella herneen huikealla vauhdilla  $v = 200$  m/s suoraan kohti ohutta keppiä, joka on asennettu pystysuoraan asentoon ympyrälevyn kehälle 3,00 m päähän putkesta. Kuinka kaukaa herne (hyvin pieni) ohittaa kepin?

5) Kaksi rouvaa kannattelee  $m$ -massaista ratakiskoa, yksi rouva kiskon kummassakin päässä. Kiskon pituus on  $= L$ , ja sen hitausmomentti massakeskipisteen suhteen on  $I = mL^2/12$ . Osoita, että kun toinen rouvista äkkiä laskee otteensa kiskosta, toisen rouvan kiskon kannattelemiseksi tarvitsema voima pienenee puoleen. Ohje: Käytä dynamiikan peruslakia ja pyörimisliikkeen liikeyhtälöä.

Muistin tueksi:

$$\vec{a}' = \vec{a} - \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}' - 2\vec{\omega} \times \vec{v}' - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) + \sum_k \lambda_k \frac{\partial g_k}{\partial q_j} = 0$$

$$T = T_{MKP} + T' \quad T_{MKP} = \frac{1}{2} M \dot{\mathbf{R}}^2 \quad T' = \frac{1}{2} \mu \dot{\mathbf{r}}^2 \quad M = m_1 + m_2 \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{M}$$