

## FYSA241, kevät 2013

Koe pe 26.4.2013. Kesto 4 tuntia.

1. (9p) Yksiatomisen ideaalikaasun tilavuus on 10 litraa, lämpötila  $27^\circ\text{C}$  ja paine 1 atm. Kaasua lämmitetään vakiotilavuudessa lämpötilaan  $127^\circ\text{C}$ . Tämän jälkeen kaasu laajenee vakiolämpötilassa takaisin alkuperäiseen paineeseen. Laske kaasun tekemä työ ja vastaanottama lämpö. Vertaa näiden suhdetta samojen lämpötilojen välillä toimivan ideaalikoneen hyötysuhteeseen. Rikotaanko toista pääsääntöä, miksi?
2. (6p) Eristetty säiliö (tilavuus  $2V_0$ ) on jaettu kahteen yhtäsuureen osaan, joista toisessa on  $N$  molekyyliä ideaalikaasua A ja toisessa  $N$  molekyyliä ideaalikaasua B, samassa lämpötilassa ja paineessa. Osien välinen seinä poistetaan ja kaasut sekoittuvat toisiinsa. Laske entropian muutos, kun järjestelmä on saavuttanut tasapainotilan.
3. (6p) Eristetyllä järjestelmällä on kaikilla  $n = 1, 2, \dots$  yhteensä  $n^3$  degeneroitunutta energiatilaa, joiden energia on  $n\omega$  (Eli yksi perustila, jonka energia on  $\omega$ , kahdeksan viritystilaa, joiden energia on  $2\omega$  jne.) Mikä on järjestelmän lämpötila, kun se on termodynaamisessa tasapainossa ja sen kokonaisenergia on  $E$ ?
4. (6p) Yksiulotteisen harmoniseen värähtelijän energiatilat ovat  $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ ,  $n = 0, 1, \dots, \infty$ . Värähtelijä asetetaan lämpökylpyyn lämpötilassa  $T$ . Laske värähtelijän energian odotusarvo  $\langle E \rangle$  ja lämpökapasiteetti vakiotilavuudessa  $C_V(T)$ .
5. (9p) Erään aineen kahden faasin A ja B Gibbsin vapaat energiat moolia kohti paineen  $P_0$  ja lämpötilan  $T_0$  läheisyydessä ovat:

$$\frac{G}{n} = v_{A,B}(P - P_0) - s_{A,B}(T - T_0) + g_0, \quad (1)$$

missä  $v_A = 1,8 \times 10^{-5} \text{m}^3/\text{mol}$ ,  $v_B = 0,03 \text{m}^3/\text{mol}$ ,  $s_A = 70 \text{J}/(\text{mol K})$  ja  $s_B = 188 \text{J}/(\text{mol K})$ . Kumpi faaseista A ja B on kaasu ja kumpi neste? Mikä on höyrystymislämpö moolia kohti? Missä lämpötilassa aine kiehuu paineessa  $P_0 + 10 \text{kPa}$ ?

### Mahdollisesti hyödyllisiä tietoja / potentially useful information

$$k_B = 1.3805 \times 10^{-23} \text{J/K} \quad R = k_B N_A = 8.3143 \text{J/molK} \quad N_A = 6.022 \times 10^{23} / \text{mol} \quad (2)$$

$$k_B \cdot 300 \text{K} \approx \frac{1}{40} \text{eV} \quad 0^\circ\text{C} = 273.15 \text{K} \quad 1 \text{atm} = 101.3 \text{kPa} \quad g = 9.82 \text{m/s}^2 \quad (3)$$

$$dE = dQ + dW \stackrel{\text{rev.}}{=} TdS - PdV \quad dE = TdS - PdV + \mu dN \quad (4)$$

$$F = E - TS \quad G = E - TS + PV \quad H = E + PV \quad (5)$$

$$S = k_B \ln \Omega \quad \ln n! \approx n \ln n - n \quad \binom{N}{n} \equiv \frac{N!}{n!(N-n)!} \quad (6)$$

$$F = -k_B T \ln Z \quad E = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z \quad (7)$$

$$C_V \equiv T \left( \frac{dS}{dT} \right)_{V,N} = \left( \frac{dE}{dT} \right)_{V,N} \quad C_P \equiv T \left( \frac{dS}{dT} \right)_{P,N} \quad (8)$$

$$\kappa_T \equiv -\frac{1}{V} \left( \frac{dV}{dP} \right)_{T,N} \quad \kappa_S \equiv -\frac{1}{V} \left( \frac{dV}{dP} \right)_{S,N} \quad (9)$$

$$\left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = \left[ \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_z \right]^{-1} \quad \left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = \left( \frac{\partial x}{\partial w} \right)_z \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_z \quad \left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left( \frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1 \quad (10)$$

$$S = -k_B \sum_{\nu} p_{\nu} \ln p_{\nu} \quad p_{\nu} = \frac{1}{Z} e^{-\beta E_{\nu}} \quad Z = \sum_{\nu} e^{-\beta E_{\nu}} \quad \beta \equiv 1/(k_B T) \quad (11)$$

$$PV = Nk_B T = nRT \quad E = \frac{3}{2} Nk_B T \quad \left( \frac{dP}{dT} \right)_{\text{cx}} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{L_{1 \rightarrow 2}(T)}{T \Delta V} \quad (12)$$

$$\sinh x \equiv \frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) \quad \cosh x \equiv \frac{1}{2} (e^x + e^{-x}) \quad \tanh x \equiv \frac{\sinh x}{\cosh x} \quad (13)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}, |x| < 1 \quad e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad (a+b)^N = \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} a^n b^{N-n} \quad (14)$$