

**FYSA241 STATISTINEN FYSIIKKA OSA A**  
**Tentti pe 29.04.2011**

1. Mooli ideaalikaasua käy kvasistaattisesti läpi seuraavan suljetun kierron

- (1)  $P_1, V_1 \rightarrow P_2, V_2; T = \text{vakio} = T_1$   
 (2)  $P_2, V_2 \rightarrow P_3, V_3, S = \text{vakio} = S_1 \quad (T_1 \rightarrow T_2)$   
 (3)  $P_3, V_3 \rightarrow P_4, V_4, T = \text{vakio} = T_2$   
 (4)  $P_4, V_4 \rightarrow P_1, V_1; S = \text{vakio} = S_2 \quad (T_2 \rightarrow T_1)$ .

Mikä on kaasun kierron aikana tekemä työ annettujen  $V$ - ja  $T$ -muuttujien avulla lausuttuna?

2. Laske järjestelmän ja sen ympäristön kokonaisentropian muutos seuraavissa prosesseissa. (a) 400 g painava kuparikappale ( $C = 150 \text{ J/K}$ ), jonka lämpötila on  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ , asetetaan järveen, jonka veden lämpötila on  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ . (b) Sama kuparikappale, jonka lämpötila on nyt  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ , pudotetaan samaan järveen 100 m:n korkeudelta (ilman vastusta ei tarvitse ottaa huomioon).
3. Magneettikentässä  $\mathbf{B}$  olevan  $N$ :n riippumattoman magneettisen dipolin (spin- $\frac{1}{2}$ -dipoleita, dipolimometti kaikilla sama eli  $\mu$ ) muodostaman järjestelmän sellaisen tilan statistinen paino, jossa  $n$  dipolia on kentän suunnassa, on

$$\Omega(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!}.$$

Järjestelmän energia on tällöin  $E(n) = -n\mu B + (N-n)\mu B$ . Jos tämä on järjestelmän tasapainotila, niin mikä on sen lämpötila?

4. Järjestelmällä on neljä degeneroitumatonta energiatilaa. Niiden energiat ovat  $E_1 = 0, E_2 = \varepsilon, E_3 = 2\varepsilon$  ja  $E_4 = 3\varepsilon$ . Näiden tilojen degeneraatiot ovat  $g(E_1) = 1, g(E_2) = 3, g(E_3) = 3$  ja  $g(E_4) = 1$ . Laske järjestelmän keskimääräinen energia lämpötilassa  $T = \varepsilon/k_B \ln 2$ . Mikä on todennäköisyys tässä samassa lämpötilassa sille, että järjestelmä on energiatilassa  $E_1$ ?
5. Mooli kaasua toteuttaa van der Waalsin tilanyhtälön

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}.$$

Laske kaasun isobaarinen lämpölaajenemiskerroin ja osoita, että kaasun sisäenergia  $E$  toteuttaa ehdon  $(\partial E/\partial V)_T = a/V^2$ . Jälkimmäisessä tapauksessa yksi Maxwellin relaatioista,  $(\partial S/\partial V)_T = (\partial P/\partial T)_V$ , on hödyllinen apuväline.

6. Lämpötilassa  $T_1$  aluksi oleva kappale (1), jonka lämpökapasiteetti on  $5C$ , on yhdistetty lämpökoneella lämpötilassa  $T_2 > T_1$  aluksi olevaan kappaleeseen (2), jonka lämpökapasiteetti on  $C$ . Mikä on suurin mahdollinen työ alku- ja lopputilan välillä, jonka lämpökone tässä tapauksessa voi tehdä, toisin sanoen siinä tapauksessa että prosessi on reversiibeli (entropia ei muutu:  $dS_1 + dS_2 = 0$  ja  $dS_j = dQ_j/T_j; j = 1, 2$ )? Koska kappaleiden lämpökapasiteetit ovat äärellisiä, niiden lämpötilat muuttuvat ajan kuluessa siten, että ne lähestyvät yhteistä loppulämpötilaa  $T_f$ . Määrä  $T_f$  entropian säilymisen avulla.