

FYSA242 STATISTINEN FYSIIKKA OSA B
Tentti pe 27.05.2011

1. Lämpötila-alueella 700-730 K magnesiumin höyrönpainetta voidaan approksimoida lausekkeella

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{T_0}{T},$$

missä $P_0 = 53.1$ GPa ja $T_0 = 17269$ K. Mikä on magnesiumin moolia kohti laskettu sublimoitumislämpö tällä lämpötila-alueella? Voit olettaa, että kiinteän faasin tilavuus voidaan unohtaa kaasufaasin tilavuuteen verrattaessa.

2. Hiilimonoksidimolekyylillä on sellaiset $(2\ell + 1)$ -kertaisesti degeneroituneet rotaatiotilat, joiden energiat ovat

$$\varepsilon_\ell = \frac{\hbar^2}{2I} \ell(\ell + 1); \quad \ell = 0, 1, 2, \dots,$$

missä $I = 1.3 \times 10^{-46}$ m²kg. Mikä on näiden tilojen kontribuutio hiilimonoksidikaasun moolia kohti laskettuun lämpökapasiteettiin lämpötilassa $T = 0.5$ K?

3. Kaksiatomisen molekyylin värähtelyjä voidaan hyvällä tarkkuudella pitää harmonisina värähtelyinä, joihin liittyy kulmataajuus ω . Harmonisen värähtelijän energiatilat ovat kvantittuneet siten, että $\varepsilon_r = (r + \frac{1}{2}) \hbar\omega$; $r = 0, 1, 2, \dots$. Johda lauseke tällaisista molekyyleistä muodostuvan kaasun sisäisistä värähtelyvapausasteista tulevalle kontribuutiolle kaasun lämpökapasiteettiin. Minkä muodon tämä kontribuutio saa rajoilla $T \ll \hbar\omega$ ja $T \gg \hbar\omega$?

4. Debyen mallissa voidaan kidevärähtelyjen sisäenergia esittää muodossa

$$E = E_0 + \int_0^{\omega_D} \frac{\hbar\omega}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} f(\omega) d\omega,$$

missä katkaisutajuus ω_D määräytyy normitusehdosta $N = \int_0^{\omega_D} f(\omega) d\omega$. Oleta, että $f(\omega)$ on verrannollinen ω^2 :een ja että $k_B T \ll \hbar\omega_D$, ja osoita että kidevärähtelyjen lämpökapasiteetti on verrannollinen T^3 :een.

5. Ideaalisen bosonikaasun (massa m) lämpökapasiteetti on

$$C_V \simeq 1.93 N k_B \left(\frac{T}{T_C} \right)^{3/2},$$

kun $T < T_C$. Johda tässä lämpötila-alueessa bosonikaasun sisäenergia, entropia ja paine. Kannattaa muistaa, että lämpökapasiteetti vakiotilavuudessa on sisäenergian derivaatta lämpötilan suhteen.

6. Ideaalisen fermionikaasun energiatilojen lukumäärä välillä $[\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon]$ on $f(\varepsilon)d\varepsilon = 4\pi V h^{-3} (2m)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon$, missä V on järjestelmän tilavuus, m fermionien massa ja h Planckin vakio. Osoita, että nollalämpötilassa fermionikaasun sisäenergia $E = \int_0^\infty \varepsilon(n(\varepsilon))f(\varepsilon)d\varepsilon$ on $E = \frac{3}{5} N \varepsilon_F$, missä ε_F on järjestelmän fermienergia.

Vihje: $\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{8m} \left(\frac{3}{\pi} \cdot \frac{N}{V} \right)^{2/3}$.