FYSA242 STATISTINEN FYSIIKKA OSA B
Tentti pe 30.04.2010

1. Lämpötila-alueella 700-730 K magnesiumin höyrynpainetta voidaan approksimoida lausekkeella $\ln(\frac{P}{P_0}) = \frac{A}{T} + B$, missä $A = -17270$ K, $B = 19.8$ ja $P_0 = 133$ Pa. Mikä on magnesiumin sublimoitumislämpö (latentti lämpö) tällä alueella?

2. Vetymolekyylin $(2\ell + 1)$-kertaisesti degeneroitujen rotaatiotilojen energiat ovat $\varepsilon_\ell = \frac{\hbar^2}{2I}\ell(\ell+1); \ell = 0, 1, 2, \ldots$, missä $I = 4.7 \times 10^{-48}\mathrm{m}^2\mathrm{kg}$ on vetymolekyylin hitausmomentti. Laske ensimmäisen viritystilan (ℓ) ja perustilan miehityslukujen suhde lämpötilassa $T = 200$ K.

3. Debyen mallissa voidaan kidevärähtelyjen sisäenergia esittää muodossa
$$E = E_0 + \int_0^{\omega_D} \frac{\hbar\omega}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} f(\omega)\mathrm{d}\omega,$$
missä katkaisutaajuus ω_D määräytyy normitusehdosta $N = \int_0^{\omega_D} f(\omega)\mathrm{d}\omega$. Yksiulotteiselle kiteelle on $f(\omega)\mathrm{d}\omega = \frac{L}{\pi v}\mathrm{d}\omega$, missä L on kiteen koko ja v kidevärähtelyjen etenemisnopeus. Määrää tässä tapauksessa ω_D annettujen parametrien funktiona. Osoita sitten, että matalissa lämpötiloissa, $k_BT \ll \hbar\omega_D$, kidevärähtelyjen lämpökapasiteetti on verrannollinen T:hen, ts. $C_V \propto T$.

4. Arvioi auringon pintalämpötila, kun auringon säteilyn energiatiheyden maksimi on aallonpituudella $\lambda_{\max} = 480$ nm. Ota lähtökohdaksi Planckin säteilylaki
$$u(\omega, T)d\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}$$
ja johda tarvitsemasi T:n lauseke $\lambda_{\max}$:n funktiona. Joudut siirtymään muuttujan vaihdolla ω:n avulla lausutusta energiatiheydestä $u(\omega, T)$ aallonpituuden λ avulla lausuttuun energiatiheyteen $\rho(\lambda, T)$. Saat $\lambda_{\max}$:n ratkaisemiseksi yhtälön, jonka voi esittää muodossa $5(e^x - 1) = xe^x$. Sen ratkaisuna voit käyttää arvoa $x \approx 4,965$.

5. Ideaalisen bosonikaasun (massa m) lämpökapasiteetti on
$$C_V \simeq 1.93Nk_B \left(\frac{T}{T_C}\right)^{3/2},$$
kun $T < T_C$. Johda tässä lämpötila-alueessa bosonikaasun sisäenergia, entropia ja paine. Kannattaa muistaa, että lämpökapasiteetti vakiotilavuudessa on sisäenergian derivaatta lämpötilan suhteen.

6. Ideaalisen fermionikaasun energiatilojen lukumäärä välillä $[\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon]$ on $f(\varepsilon)d\varepsilon = 4\pi V h^{-3}(2m)^{3/2}\varepsilon^{1/2}d\varepsilon$, missä V on järjestelmän tilavuus, m fermionien massa ja h Planckin vakio. Osoita, että nollalämpötilassa fermionikaasun sisäenergia $E = \int_0^\infty \varepsilon\langle n(\varepsilon)\rangle f(\varepsilon)d\varepsilon$ on $E = \frac{3}{5}N\varepsilon_F$, ja sen paine on
$$P = \frac{\hbar^2}{5m}(3\pi^2)^{2/3}(\frac{N}{V})^{5/3}.$$