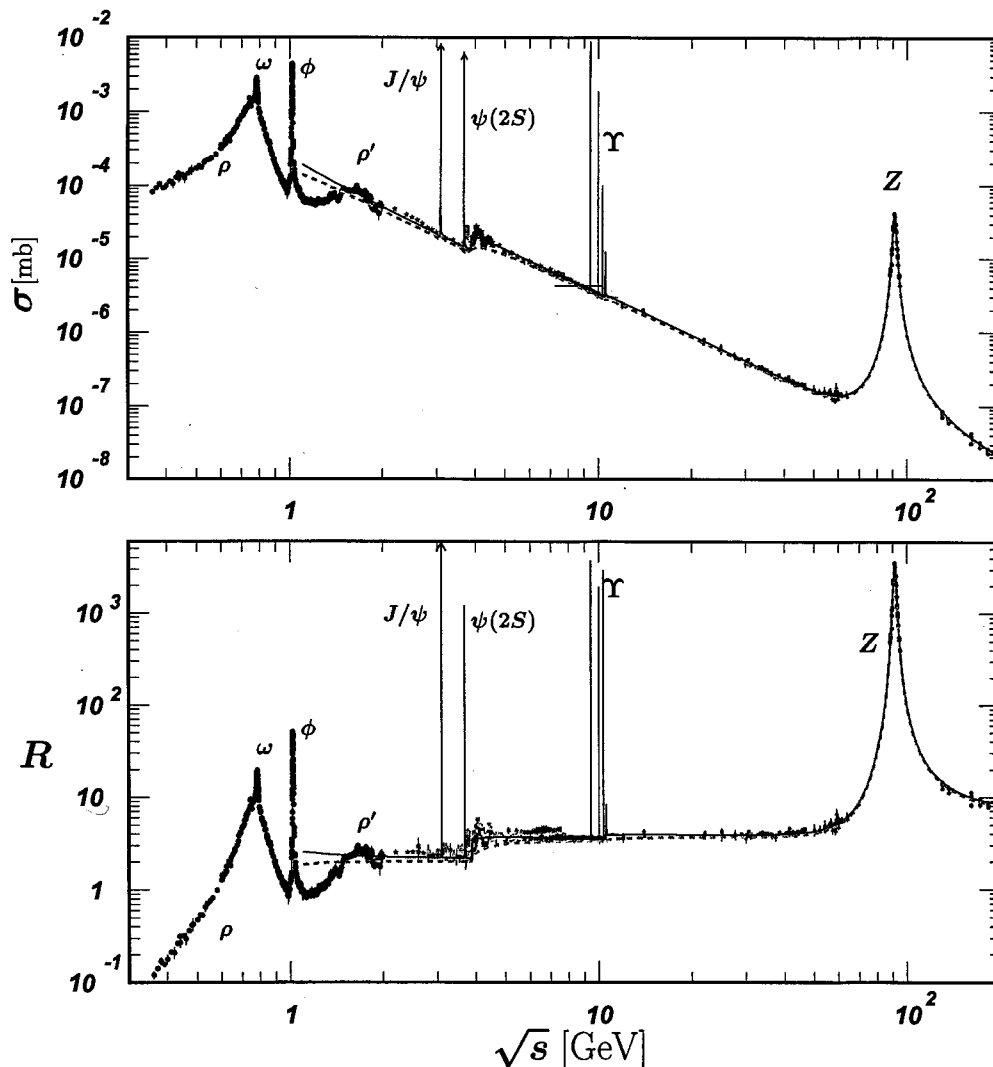


2. välikoe, 4 tehtävää, 3h. Palauta kysymyspaperit ja taulukot vastauspaperisi mukana!

1. a) Tarkastellaan alla olevaa ylemmää kuvaa, jossa on kuvattuna mittaustulos sironnan $e^+e^- \rightarrow$ hadroneita vaikutusalueella CMS-energian funktiona.
 - i) Piirrä ko. sironnan Feynmanin graafit sähköheikon teorian alimmassa kertaluvussa, hiukkas- ja liikemääränuolineen. Merkitse graafeihisi myös eksplisiittisesti hiukkasten identiteetit. (1p)
 - ii) Selitä lyhyesti ko. vaikutusalan käytös ja eri graafien rooli energia-alueessa $15 \lesssim \sqrt{s} \lesssim 100$ GeV. (1p)
 - iii) Piirrä yksi esimerkki Feynmanin graafeista alimman kertaluvun QCD-korjauksille kyseiseen sähköheikkoon prosessiin. (1p)
- b) Alemmassa kuvassa on suhde $R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadroneita})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$, missä osoittajassa on mittaustulos ja nimittäjässä laskennallinen QED-vaikutusala. Tarkastelemalla suhdetta R energia-alueessa $30 \lesssim \sqrt{s} \lesssim 40$ GeV laske huolellisesti perustellen ja kuvan mittaustulosta käyttäen arvio kvarkkien värien lukumäärälle N_C . (3p)



2. Tarkastellaan teoriaa, jonka Lagrangen tiheys on

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - m^2\phi^*\phi - \lambda^2(\phi^*\phi)^2,$$

missä $m^2, \lambda^2 > 0$ ja ϕ on paikan 4-vektorista x riippuva kompleksinen skalaarikenttä, joka kuvaa varattua m -massaista spin-0 -hiukkasta. Sovitaan, että ko. hidun nimi on f^- ja sen antihidun f^+ . Fotonia γ kuvaava mittakenttä on A_μ , ja siihen liittyvä kenttätensori on $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Kenttä ϕ muuntuu lokaaleissa $U(1)$ -mittamuunnoksissa seuraavasti: $\phi \xrightarrow{U(x)} \phi(x)' = U(x)\phi(x)$, missä $U(x) = e^{i\alpha(x)}$ ja $\alpha(x)$ on jokin reaalinen funktio. Teoria on rakennettu siten, että kovariantilta derivaatalta $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$ vaaditaan muuntuminen ko. muunnoksissa seuraavasti: $D_\mu\phi \xrightarrow{U(x)} U(x)D_\mu\phi(x)$. Oletetaan, että teorian kytkinvakiot e ja λ ovat samaa suuruusluokkaa.

- Johda mittakentän muunnoslaki lokaaleissa $U(1)$ -mittamuunnoksissa. Tämän jälkeen näytä (mahdollisimman lyhyellä laskulla!), että kyseessä todella on lokaalisti $U(1)$ -mittasymmetrinen teoria. (2p)
- Identifioi ko. teorian kineettiset termit, massatermit ja vuorovaikutustermit, sekä piirrä kutakin vuorovaikutustermiä vastaava perusverteksi. (2p)
- Piirrä sironnalle

$$f^+ + f^- \rightarrow \text{fotoni} + \text{fotoni}$$

kaikki ko. teorian mukaiset Feynmanin graafit kytkinvakioiden alimmassa mahdollisessa kertaluvussa. Selvitä piirtämiesi graafien perusteella prosessin invariantin amplitudin $\mathcal{M}$ ja vaikutusalan riippuvuus kytkinvakioista. (2p)

3. Tarkastellaan tässä tehtävässä Standardimallin Higgsin hiukkasen tuottoa CERNin $p + p$ -törmäyksissä.

- i) Selitä lyhyesti, mihin Higgsin hiukkasta Standardimallissa tarvitaan. (1p)
- ii) Piirrä partonimallin mukainen (yksityiskohtainen) Feynmanin graafi Standardimallin Higgsin hiukkasen tuotosta ja sen hajoamisesta kahteen fotonin, siis prosessista

$$p + p \rightarrow H + X \rightarrow \gamma\gamma + X.$$

Merkitse graafiin hiukkasnuolet, hitujen identiteetit ja myös identifioimaton osuus X . Higgsin hidun kytkentöjä muistelessasi voit apuna käyttää oheista taulukkoa sähköheikon teorian Feynmanin säännöistä. (1p)

- iii) Piirrä edelleen yksi partonimallin mukainen (yksityiskohtainen) Feynmanin QED/QCD-graafi sellaisesta taustaprosessista yo . Higgsin hiukkasen tuotolle, jossa lopputilan hiukkassisältö on identtinen yllä olevan kaksifotonisignaalin kanssa. (1p)
- iv) Miten kohtien ii) ja iii) tapauksessa, jossa lopputilat ovat hitusisällöltään täsmälleen samat, Higgsin hiukkanen voidaan kyseisen prosessin kautta kuitenkin löytää ja mitä "löytäminen" tässä yhteydessä tarkoittaa? Havainnollista kuvalla. (1p)
- v) CERNin CMS- ja ATLAS-kokeet haluavat löytää Higgsin hiukkasen mm. mittaamalla hadronien, elektronien ja fotonien energiaa, identifioimalla myonit ja jäljittämällä varattuja hiukkasia. Hahmottele poikkileikkauskuva hiukkasilmaisimesta, joka pystyy nämä asiat tekemään ja nimeä kuvasi ilmaisimen eri osat. (1p)
- vi) Tarkastellaan Higgsin hiukkasen hajoamiskanavaa

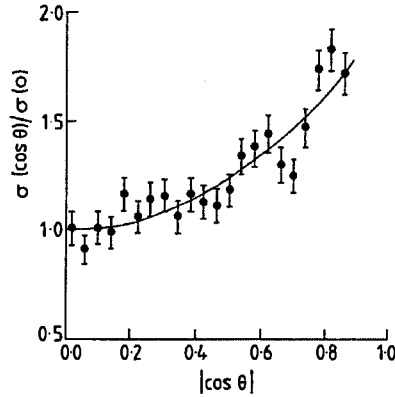
$$H \rightarrow ZZ \rightarrow (e^- + e^+) + (\text{jetti} + \text{jetti}).$$

Piirrä edellä hahmottelemaasi ilmaisimeen, mitä tällaisen lopputilan leptoneille ja jeteille tapahtuu, kun ne etenevät ilmaisimessasi – siis miltä ko. eventti ilmaisimessasi näyttäisi. (Jos jossain laitteisto-osassa ei havaita mitään hidun kulkiessa sen läpi, piirrä katkoviiva.). (1p)

4. Kuvatkoon alla oleva kuva mittaustulosta suurienergiaisen polarisoitumattoman sironnan

$$e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$$

myonien kulmajakaumalle CMS-koordinaatistossa.



Lähtien Feynmanin säännöistä laske kyseisen prosessin differentiaalin vaikutusala $d\sigma/d\cos\theta^*$ sähkömagneettisen vuorovaikutuksen alimmassa kertaluvussa. Lausu lopputulos CMS-koordinaatiston sirontakulman θ^* , hienorakennevakion $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ ja CMS-energian $\sqrt{s}$ avulla, kun $\sqrt{s}$ on alueessa 15–40 GeV. Tämän jälkeen muodosta oheisessa kuvassa oleva suure

$$\frac{\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*}}{\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*}|_{\cos\theta^*=0}},$$

vertaa laskusi tulosta mittaustulokseen ja selitä lopuksi lyhyesti, mitä kyseinen mittaus kertoo.

Ohjeita: Tarkastellaan tässä vain suurenergiaarajaa eli voit asettaa alkua- ja lopputilan hiukkasten massat nolliksi. Sovitaan seuraavista merkinnöistä laskussasi: positronin 4-liikemäärä olkoon p_a , elektronin p_b , sekä lopputilan antimyonin p_c ja myonin p_d . Merkitse laskujesi välivaiheet ja perustelut näkyviin vastauspaperiin – ei suttupaperille! Oheisesta liitteestä (Field C.1) ja kaavakokoelmasta lienee apua.

Kaavakokoelma

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} \hat{=} \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

$$A^\mu B_\mu = A^0 B^0 - \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \mathbf{1}_4$$

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0$$

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = 4 \mathbf{1}_4$$

$$\gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2 \not{a}, \text{ where } \not{a} \equiv \gamma_\mu a^\mu$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu = 4 a \cdot b$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \gamma^\mu = -2 \not{c} \not{b} \not{a}$$

$$\gamma^{5\dagger} = \gamma^5, \text{ where } \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

$$(\gamma^5)^2 = \mathbf{1}_4$$

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$$

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}$$

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho})$$

$$\text{Tr}(\gamma^5) = 0$$

$$\text{Tr}(\gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_{2n+1}}) = 0$$

Projection operators for Dirac spinors:

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)}(p) \bar{u}^{(s)}(p) = \not{p} + m \qquad \sum_{s=1,2} v^{(s)}(p) \bar{v}^{(s)}(p) = \not{p} - m,$$

$$\text{where } \bar{u} \equiv u^\dagger \gamma^0 \text{ and } \bar{v} \equiv v^\dagger \gamma^0$$

$$\text{Dirac equation: } (\not{p} - m)u(p) = 0 \qquad (\not{p} + m)v(p) = 0$$

Cross section $ab \rightarrow cd$ (when $m_{a,b} = m_{c,d}$):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = \frac{|\overline{\mathcal{M}}|^2}{64\pi^2 s}$$

Spherical coordinates:

$$\int d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d(\cos \theta)$$