

2. välikoe, 4 tehtävää, 3h. Palauta kysymyspaperit ja taulukot vastauspaperisi mukana!

1. a) Mitä tarkoitetaan QCD:n asympotoottisella vapaudella? (1p)
- b) Mitä prosessia tarkoitetaan Drell-Yan -dileptonituottoprosessilla? Piirrä tälle partonimallin graafit alimman kertaluvun sähköheikon teorian puitteissa $p + \bar{p}$ -törmäyksissä. Merkitse kuvaan kaikki oleelliset hiukkaset nuolineen. (1p)
- c) Mikä on Weinbergin kulma θ_W ? (1p)
- d) Cabibbo-Kobayashi-Maskawa -matriisin elementtien itseisarvojen on mitattu olevan seuraavat (unohdetaan kokeelliset virherajat; $i = u, c, t$ ja $j = d, s, b$):

$$(|V_{CKM}|_{ij}) = \begin{pmatrix} 0.97419 & 0.2257 & 0.00359 \\ 0.2256 & 0.97334 & 0.0415 \\ 0.00874 & 0.0407 & 0.999133 \end{pmatrix}$$

Arvioi tämän perusteella seuraavia D^0 -mesonin hajoamisleveyksien suhteita:

$$\frac{\Gamma(D^0 \rightarrow K^+ \pi^-)}{\Gamma(D^0 \rightarrow K^- \pi^+)} \quad \text{ja} \quad \frac{\Gamma(D^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(D^0 \rightarrow K^- \pi^+)}$$

Piirrä myös kyseisten hajoamisten Feynmanin graafit ($D^0 = c\bar{u}$, $K^+ = u\bar{s}$, $\pi^+ = u\bar{d}$). (3p)

2. Tarkastellaan teoriaa, jonka Lagrangen tiheys on

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - m^2\phi^*\phi - \lambda^2(\phi^*\phi)^2,$$

missä $m^2, \lambda^2 > 0$ ja ϕ on paikan 4-vektorista x riippuva kompleksinen skalaarikenttä, joka kuvaa varattua m -massaista spin-0 -hiukkasta. Sovitaan, että ko. hidun nimi on f^- ja sen antihidun f^+ . Fotonia γ kuvaava mittakenttä on A_μ , ja siihen liittyvä kenttätensori on $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Kenttä ϕ muuntuu lokaaleissa $U(1)$ -mittamuunnoksissa seuraavasti: $\phi \xrightarrow{U(x)} \phi(x)' = U(x)\phi(x)$, missä $U(x) = e^{i\alpha(x)}$ ja $\alpha(x)$ on jokin reaalin funktio. Teoria on rakennettu siten, että kovariantilta derivaatalta $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$ vaaditaan muuntuminen ko. muunnoksissa seuraavasti: $D_\mu\phi \xrightarrow{U(x)} U(x)D_\mu\phi(x)$. Oletetaan, että teorian kytkinvakiot e ja λ ovat samaa suuruusluokkaa.

- a) Johda mittakentän muunnoslaki lokaaleissa $U(1)$ -mittamuunnoksissa. Tämän jälkeen näytä (mahdollisimman lyhyellä laskulla!), että kyseessä todella on lokaalisti $U(1)$ -mittasymmetrinen teoria.
- b) Identifioi ko. teorian vuorovaikutustermit ja piirrä kutakin vuorovaikutustermiä vastaava perusverteksi.
- c) Piirrä sironnalle $f^+ + f^- \rightarrow f^+ + f^-$ kaikki ko. teorian mukaiset Feynmanin graafit kytkinvakioiden alimmassa mahdollisessa kertaluvussa. Selvitä piirtämiäsi graafien perusteella prosessin invariantin amplitudin $\mathcal{M}$ ja vaikutusalan riippuvuus kytkinvakioista.

3. Tarkastellaan hyvin suurella energialla törmäävien hiukkassuihkujen koetta, vaikka pa $p + p$ CERN-LHC:ssä. Käytössäsi ovat seuraavat mittalaitteiston osat: hadronikalorimetri (hadron calorimeter), myoni-ilmaisimien (muon detector), jäljityskammio (tracking chamber) ja sähkömagneettinen kalorimetri (electromagnetic calorimeter). Oletetaan lisäksi, että ilmaisimen sisään pystyt muodostamaan törmäävien hiukkassuihkujen (beam pipe) suuntaisen magneettikentän.

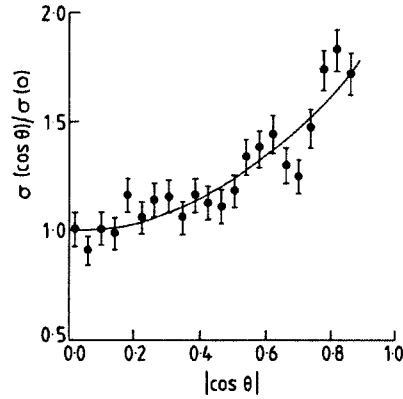
- Hahmottele poikkileikkauskuva suunnittelemaasi hiukkasilmaisimesta, jossa oheiset laitteet ja magneettikenttä esiintyvät.
- Selitä, mihin alueeseen ja miksi magneettikenttä kannattaa luoda.
- Selitä lyhyesti, mitä kussakin laitteisto-osassa mitataan, minkä tyyppisiä hiuksia kukin laitteisto-osa havaitsee ja mitä mitattavalle hidulle tapahtuu eli tuhoutuuko hitu, menettääkö se paljon, vähän tai ei lainkaan energiaansa.
- Piirrä laatimaasi poikkileikkauskuvaan, mitä hiukkaselle tapahtuu, kun hiukkanen on
 - i) elektroni,
 - ii) myoni,
 - iii) fotoni,
 - iv) protoni,
 - v) neutroni
 - vi) neutriino.

Jos jossain laitteisto-osassa ei havaita mitään hidun kulkiessa sen läpi, piirrä katkoviiva.

4. Alla olevassa kuvassa on DESY-laboratorion CELLO-kokeen mittaustulos polari-soitumattoman sironnan

$$e^+ + e^- \rightarrow \text{jetti} + \text{jetti}$$

jettien kulmajakaumalle CMS-koordinaatistossa.



Lähtien Feynmanin säännöistä laske kyseisen prosessin differentiaalin vaikutusala $d\sigma/d\cos\theta^*$ sähkömagneettisen vuorovaikutuksen alimmassa kertaluvussa. Lausu lopputulos CMS-koordinaatiston sirontakulman θ^* , hienorakennevakion $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ ja CMS-energian $\sqrt{s}$ avulla, kun $\sqrt{s}$ on alueessa 15–40 GeV. Tämän jälkeen muodosta oheisessa kuvassa oleva suure

$$\frac{\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*}}{\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*}|_{\cos\theta^*=0}},$$

vertaa laskusi tulosta mittaustulokseen ja selitä lopuksi lyhyesti, mitä kyseinen mittausta kertoo.

Ohjeita: Tarkastellaan tässä vain suurenergiaarajaa eli voit asettaa alku- ja lopputilan hiukkasten massat nolliksi. Sovitaan seuraavista merkinnöistä laskussasi: positronin 4-liikemäärä olkoon p_a , elektronin p_b , sekä lopputilan fermionin p_c ja antifermionin p_d . Merkitse laskujesi välivaiheet ja perustelut näkyviin vastauspaperiin – ei suttupaperille! Oheisesta liitteestä ja kaavakokoelmasta lienee apua.

Kaavakokoelma

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} \hat{=} \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \mathbf{1}_4$$

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0$$

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = 4 \mathbf{1}_4$$

$$\gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2\not{a}, \text{ where } \not{a} \equiv \gamma_\mu a^\mu$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu = 4a \cdot b$$

$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \gamma^\mu = -2\not{c} \not{b} \not{a}$$

$$\gamma^{5\dagger} = \gamma^5, \text{ where } \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

$$(\gamma^5)^2 = \mathbf{1}_4$$

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$$

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}$$

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho})$$

$$\text{Tr}(\gamma^5) = 0$$

$$\text{Tr}(\gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_{2n+1}}) = 0$$

Projection operators for Dirac spinors:

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)}(p) \bar{u}^{(s)}(p) = \not{p} + m \qquad \sum_{s=1,2} v^{(s)}(p) \bar{v}^{(s)}(p) = \not{p} - m,$$

$$\text{where } \bar{u} \equiv u^\dagger \gamma^0 \text{ and } \bar{v} \equiv v^\dagger \gamma^0$$

$$\text{Dirac equation: } (\not{p} - m)u(p) = 0 \qquad (\not{p} + m)v(p) = 0$$

Cross section $ab \rightarrow cd$ (when $m_{a,b} = m_{c,d}$):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = \frac{|\overline{\mathcal{M}}|^2}{64\pi^2 s}$$

Spherical coordinates:

$$\int d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d(\cos \theta)$$