

1. välikoe, 4 tehtävää, 3h. Palauta kysymyspaperi ja taulukot vastauspaperisi mukana!

1. a) Mikä on vaikutusalan kokeellinen määritelmä? (1p)
- b) Hiukkasjoukon invarianttiin massaahan perustuen näytä, että reaalin fotonin ei voi hajota reaaliseksi elektroni-positroni -pariksi. (1p)
- c) Neutraali mesoni η (joka on $q\bar{q}$ -tyylinen tila) hajoaa kanavaan $\eta \rightarrow 2\gamma$, kun taas hajoamisia kanavaan $\eta \rightarrow 3\gamma$ ei ole havaittu. Mitä tämän perusteella osaat päätellä eta-mesonin ja fotonin C -pariteeteista? (1p)
- d) Tarkastellaan reaktiota $p + \bar{p} \rightarrow \pi^0 + \pi^0$, jossa $p\bar{p}$ -annihilaatio tapahtuu levossa tilassa, jossa $L = 0$. Selitä, miksi kyseinen prosessi ei voi tapahtua vahvan vuorovaikutuksen välityksellä. (3p)

2. Seuraavat reaktiot ovat kiellettyjä. Selvitä, minkä vuoksi, eli mitä säilymlakia kukin prosessi rikkoo. Pariteettia tai C -pariteettia ei tässä tarvitse tarkastella.

(i) $e^- + \tau^+ \rightarrow \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\tau$

(ii) $K^- + p \rightarrow \Sigma^+ + n + \pi^-$ (K^- suurienergiainen)

(iii) $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ (p levossa)

Seuraavat reaktiot ovat sallittuja. Selvitä, minkä vuorovaikutuksen kautta reaktio tyypillisesti tapahtuu. Piirrä sallituista vahvan vuorovaikutuksen prosesseista yksi mahdollinen kvarkkidiagrammi ja muista sallituista prosesseista yksi alimman kertaluvun Feynmanin diagrammi. Nimeä graafiesi hiukkaset ja merkitse niihin myös asiaankuuluvat nuolet.

(iv) $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$

(v) $\Sigma^- \rightarrow \Lambda + e^- + \bar{\nu}_e$

(vi) $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$

3. DESY-laboratorion HERA-kiihdyttimellä tehtiin törmäävien suihkujen elektroni-protoni -törmäyksiä, joissa elektronin energia oli $E_1 = 30$ GeV ja protonin energia $E_2 = 920$ GeV. Tarkastellaan tässä elastista prosessia $e + p \rightarrow e + p$ kyseisissä törmäyksissä. Oletetaan, että systeemin CMS-koordinaatistossa havaitaan elektronin sironneen kulmaan $\theta_3^* = 120^\circ$ (siis $\cos \theta_3^* = -\frac{1}{2}$). Lähtien Mandelstamin muuttujien määritelmästä, laske mitkä ovat elektronin sirontakulma θ_3 , protonin sirontakulma θ_4 , sironneen elektronin energia E_3 ja sironneen protonin energia E_4 siinä koordinaatistossa, jossa suihkuhiukkasten energiat ovat yllä mainitut E_1 ja E_2 . Lausu θ_3 , θ_4 , E_3 ja E_4 energioiden E_1 ja E_2 avulla. Laske lopuksi lukuarvot saamillesi tuloksille ja hahmottele myös törmäyskinematiikkakuvat näissä kahdessa eri koordinaatistossa. Sovitaan, että koska $m_e, m_p \ll E_1, E_2$, voimme asettaa hiukkasten massat tässä tehtävässä nolliksi.

Käännä!

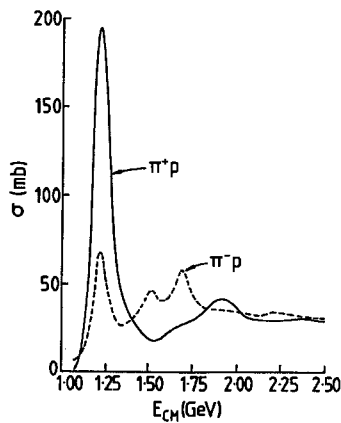
4. Muistamme, että isospin-formalismissa pionit muodostavat tripletin

$$\begin{aligned} |\pi^+\rangle &= -|I = 1, I_3 = +1\rangle \\ |\pi^0\rangle &= |I = 1, I_3 = 0\rangle \\ |\pi^-\rangle &= |I = 1, I_3 = -1\rangle \end{aligned}$$

ja nukleonit tupletin

$$\begin{aligned} |p\rangle &= |I = \frac{1}{2}, I_3 = +\frac{1}{2}\rangle \\ |n\rangle &= |I = \frac{1}{2}, I_3 = -\frac{1}{2}\rangle. \end{aligned}$$

Tarkastellaan nyt pioni-nukleoni -sirontojen kokonaisvaikutusaloja CMS-energia-alueessa $\sqrt{s} < 1.4$ GeV. Selitä isospin-symmetriaan nojautuen oheisen kuvan mitaustulos kohdassa $\sqrt{s} = 1232$ MeV,



$$\frac{\sigma^{\pi^+p}(\sqrt{s} = 1232 \text{ MeV})}{\sigma^{\pi^-p}(\sqrt{s} = 1232 \text{ MeV})} \approx 3,$$

kun tiedetään seuraavaa (luennoilla todettua):

- i) Tässä CMS-energia-alueessa kokonaisvaikutusala σ^{π^+p} hallitsee elastinen sironna, kun taas kokonaisvaikutusalassa σ^{π^-p} täytyy elastisen sironnan lisäksi huomioida prosessi $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$.
- ii) Resonanssisironnan $a + b \rightarrow R \rightarrow c + d$ vaikutusala on muotoa

$$\sigma(\sqrt{s}) = K \frac{\Gamma_i(R \rightarrow ab)\Gamma_f(R \rightarrow cd)}{(\sqrt{s} - M_R)^2 + \Gamma_{\text{TOT}}^2/4},$$

missä M_R on resonanssihiidun massa ja missä hajoamisleveydet ovat kunkin hajoamisen sironnamatriisielementin neliön avaruuskulmaintegraaleja, $\Gamma(R \rightarrow eg) = K' \int d\Omega |\langle eg | \hat{T} | R \rangle|^2$. Massoista ja alkutilan liikemäärästä riippuvia kinemaattisia tekijöitä on merkitty K :lla ja K' :lla.

- iii) Muodostuva resonanssi on Δ -resonanssi, joka kussakin prosessissa on jokin $I = \frac{3}{2}$ isospin-multipletin $\Delta^{++}(I_3 = +\frac{3}{2})$, $\Delta^+(I_3 = +\frac{1}{2})$, $\Delta^0(I_3 = -\frac{1}{2})$, $\Delta^-(I_3 = -\frac{3}{2})$ jäsenistä.
- iv) $\Delta(1232)$ -resonanssit hajoavat käytännössä vain pioni-nukleoni -kanaviin.

E

Tables of particle properties

The tables below summarize the main properties of the gauge bosons, leptons, quarks and the established long-lived hadrons.* Errors shown in brackets refer to the last significant figures of the value given.

For unstable particles, only those decay modes which have a branching ratio of greater than 3% are included. In the case of charge conjugate particles, decay modes are only shown for one partner, since those of the other are just the corresponding charge-conjugated reactions.

E.1 GAUGE BOSONS

The gauge bosons all have $J^P = 1^-$. The table shows the properties of the γ , W^\pm and Z^0 only, as the gluons are not observed as free particles.

Particle	Mass	Full width	Decay	
			Mode	Fraction (%)
γ	$< 6 \times 10^{-22} \text{ MeV}/c^2$	stable		
W^\pm	$80.33(\pm 15) \text{ GeV}/c^2$	$2.07(\pm 6) \text{ GeV}$	$e^+ \nu_e$	$10.8(\pm 4)$
			$\mu^+ \nu_\mu$	$10.4(\pm 6)$
			$\tau^+ \nu_\tau$	$10.9(\pm 10)$
			hadrons	$67.9(\pm 15)$
Z^0	$91.187(\pm 7) \text{ GeV}/c^2$	$2.490(\pm 7) \text{ GeV}$	$e^+ e^-$	$3.366(\pm 8)$
			$\mu^+ \mu^-$	$3.367(\pm 13)$
			$\tau^+ \tau^-$	$3.360(\pm 15)$
			$\nu \bar{\nu}$	$20.01(\pm 16)$
			hadrons	$69.90(\pm 15)$

* A more extensive listing of particle properties, which includes the short-lived hadrons (i.e. resonances) is given by the Particle Data Group, *Physical Review D* **54** (1996) 1.

E.2 LEPTONS

All the leptons have, or are believed to have, $J^P = \frac{1}{2}^+$.

Particle	Mass (MeV/c ²)	Mean life (s)	Decay	
			Mode	Fraction (%)
ν_e	$< 15 \text{ eV}/c^2$	stable		
ν_μ	< 0.17	stable		
ν_τ	< 24	stable		
e^\pm	0.511 ^a	stable		
μ^\pm	105.658 ^b	$2.197 \times 10^{-6 \text{ c}}$	$e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$	100
τ^\pm	1777.0(±3)	$2.910(\pm 15) \times 10^{-13}$	$\mu^+ \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$ $e^+ \nu_e \bar{\nu}_\tau$ hadrons + $\bar{\nu}_\tau$	17.35(±10) 17.83(±8) ~64

^aThe error on the e^\pm mass is $1.5 \times 10^{-7} \text{ MeV}/c^2$.
^bThe error on the μ^\pm mass is $3.4 \times 10^{-5} \text{ MeV}/c^2$.
^cThe error on the μ^\pm lifetimes is $4 \times 10^{-11} \text{ s}$.

E.3 QUARKS

The quarks all have $J^P = \frac{1}{2}^+$. The table shows their approximate masses (see footnote to table) and the values of the quantum numbers: baryon number B ; isospin I ; charge Q ; strangeness S ; charm C ; beauty \bar{B} ; and truth T . For anti-quarks, the signs of all these quantum numbers are reversed. Other useful quantum numbers derived from these are:

$$\begin{aligned} \text{hypercharge} & Y \equiv B + S + C + \bar{B} + T \\ \text{third component of isospin} & I_3 \equiv Q - Y/2. \end{aligned}$$

Name	Symbol	Mass ^a (GeV/c ²)	Q	S	C	\bar{B}	T	B	I
Down	d	≈0.35	-1/3	0	0	0	0	1/3	1/2
Up	u	$m_u \approx m_d$	2/3	0	0	0	0	1/3	1/2
Strange	s	≈0.5	-1/3	-1	0	0	0	1/3	0
Charmed	c	≈1.5	2/3	0	1	0	0	1/3	0
Bottom	b	≈4.5	-1/3	0	0	-1	0	1/3	0
Top	t	180 ± 12	2/3	0	0	0	1	1/3	0

^aFor all quarks except the top quark, the masses are those inferred from models of the hadron spectrum, i.e. the so-called 'constituent' quark masses.

E.4 BARYONS

The table shows only the long-lived baryons, i.e. those which are stable or decay by weak or electromagnetic interactions only, and their main observed decay modes. All the states shown have, or are assumed to have, $J^P = \frac{1}{2}^+$, except the Ω^- which has $J^P = \frac{3}{2}^+$.

Particle	Quark content	Mass (MeV/c ²)	Mean life (s)	Decay	
				Mode	Fraction (%)
p	uud	938.2723(±3)	$> 1.6 \times 10^{25} \text{ yr}^a$		
n	udd	939.5656(±3)	887(±2)	$p e^- \bar{\nu}_e$	100
Λ	uds	1115.684(±6)	$2.63(\pm 2) \times 10^{-10}$	$p \pi^-$	63.9(±5)
				$n \pi^0$	35.8(±5)
Σ^+	uus	1189.37(±7)	$0.799(\pm 4) \times 10^{-10}$	$p \pi^0$	51.6(±3)
				$n \pi^+$	48.3(±3)
Σ^0	uds	1192.55(±8)	$7.4(\pm 7) \times 10^{-20}$	$\Lambda \gamma$	100
Σ^-	dds	1197.44(±3)	$1.48(\pm 1) \times 10^{-10}$	$n \pi^-$	99.85(±1)
Ξ^0	uss	1314.9(±6)	$2.90(\pm 9) \times 10^{-10}$	$\Lambda \pi^0$	99.54(±5)
Ξ^-	dss	1321.3(±1)	$1.64(\pm 2) \times 10^{-10}$	$\Lambda \pi^-$	99.89(±4)
Ω^-	sss	1672.5(±3)	$0.82(\pm 1) \times 10^{-10}$	ΛK^-	67.8(±7)
				$\Xi^0 \pi^-$	23.6(±7)
				$\Xi^- \pi^0$	8.6(±4)
Λ_c^+	udc	2284.9(±6)	$2.1(\pm 1) \times 10^{-13}$	$\Lambda + \text{any}$	35(±11)
				$\Sigma^\pm + \text{any}$	10(±5)
				$N + \text{any (no } \Lambda)$	41(±25)
				$e^+ + \text{any}$	5(±2)
Ξ_c^+	usc	2466(±1)	$3.5(\pm 6) \times 10^{-13}$	Several seen	
Ξ_c^0	dsc	2470(±2)	$1.0(\pm 2) \times 10^{-13}$	Several seen	
Ω_c^0	ssc	2704(±4)	$6.4(\pm 2) \times 10^{-14}$	Several seen	
Λ_b^0	udb	5641(±50)	$1.14(\pm 8) \times 10^{-12}$	Several seen	

^aThis is the limit obtained from experiment without making any assumption about the nature of the final state. When such assumptions are made, the limit becomes much more stringent (cf. section 11.2.1 and in particular Eq. (11.22)).

E.5 MESONS

The table shows the long-lived mesons, i.e. those which decay by weak or electromagnetic interactions only, and their main observed decay modes. All the states shown have, or are assumed to have $J^P = 0^-$.

Particle	Quark content	Mass (MeV/c ²)	Mean life (s)	Decay	
				Mode	Fraction (%)
π^+, π^-	$u\bar{d}, d\bar{u}$	139.5700(±4)	$2.6033(\pm 5) \times 10^{-8}$	$\mu^+ \nu_\mu$	100
π^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	134.9764(±6)	$8.4(\pm 6) \times 10^{-17}$	$\gamma\gamma$	98.80(±3)
η	See note a	547.5(±2)	Width = 1.2(±1) keV	$\gamma\gamma$	39.3(±3)
				$\pi^0 \pi^0 \pi^0$	32.1(±4)
				$\pi^+ \pi^- \pi^0$	23.2(±5)
				$\pi^+ \pi^- \gamma$	4.8(±1)
K^+, K^-	$u\bar{s}, s\bar{u}$	493.68(±2)	$1.239(\pm 2) \times 10^{-8}$	$\mu^+ \nu_\mu$	63.5(±2)
				$\pi^+ \pi^0$	21.2(±1)
				$\pi^+ \pi^+ \pi^-$	5.59(±5)
				$\pi^0 \mu^+ \nu_\mu$	3.18(±8)
				$\pi^0 e^+ \nu_e$	4.82(±6)
K^0, \bar{K}^0	$d\bar{s}, s\bar{d}$	497.67(±3)	$0.8927(\pm 9) \times 10^{-10}$	$\pi^+ \pi^-$	68.6(±3)
K_S^0	See note b			$\pi^0 \pi^0$	31.4(±3)
K_L^0	See note b		$5.17(\pm 4) \times 10^{-8}$	$\pi^0 \pi^0 \pi^0$	21.1(±3)
				$\pi^+ \pi^- \pi^0$	12.6(±2)
				$\pi^\mp \mu^\pm \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$	27.2(±3)
				$\pi^\mp e^\pm \nu_e(\bar{\nu}_e)$	38.8(±3)
D^+, D^-	$c\bar{d}, d\bar{c}$	1869.3(±5)	$1.06(\pm 2) \times 10^{-12}$	$e^+ + \text{any}^c$	17(±2)
				$K^- + \text{any}$	24(±3)
				$K^+ + \text{any}$	6(±1)
				$\bar{K}^0 + \text{any}$	
				plus	
				$K^0 + \text{any}$	59(±7)
D^0, \bar{D}^0	$c\bar{u}, u\bar{c}$	1864.5(±5)	$4.15(\pm 4) \times 10^{-13}$	$e^+ + \text{any}$	8(±1)
				$K^- + \text{any}^d$	53(±4)
				$K^+ + \text{any}$	3.4(±5)
				$K^0 + \text{any}$	
				plus	
				$\bar{K}^0 + \text{any}$	42(±5)
D_s^+, D_s^-	$c\bar{s}, s\bar{c}$	1968.5(±6)	$4.7(\pm 2) \times 10^{-13}$	$K^- + \text{any}^e$	13(±13)
				$K^+ + \text{any}$	20(±16)
				$\bar{K}^0 + \text{any}$	
				plus	
				$K^0 + \text{any}$	39(±28)
B^+, B^-	$u\bar{b}, b\bar{u}$	5279(±2)	$1.62(\pm 6) \times 10^{-12}$	$l^+ \nu_l + \text{any}$	10(±2)
B^0, \bar{B}^0	$d\bar{b}, b\bar{d}$	5279(±2)	$1.56(\pm 6) \times 10^{-12}$	$l^+ \nu_l + \text{any}$	10(±1)
B_s^0, \bar{B}_s^0	$s\bar{b}, b\bar{s}$	5369(±2)	$1.6(\pm 1) \times 10^{-12}$	$D_s^- + \text{any}$	87(±31)

^aThe η is a linear combination of the quark states $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ and $s\bar{s}$. See section 6.2.1.

^bThese states are discussed in sections 10.2.2 and 10.2.3.

^cThese and the following decays refer to the D^+ meson.

^dThese and the following decays refer to the D^0 meson.

^eThese and the following decays refer to the D_s^+ meson.

35. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over every coefficient, e.g., for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

Notation: $\begin{matrix} J & J & \dots \\ M & M & \dots \end{matrix}$

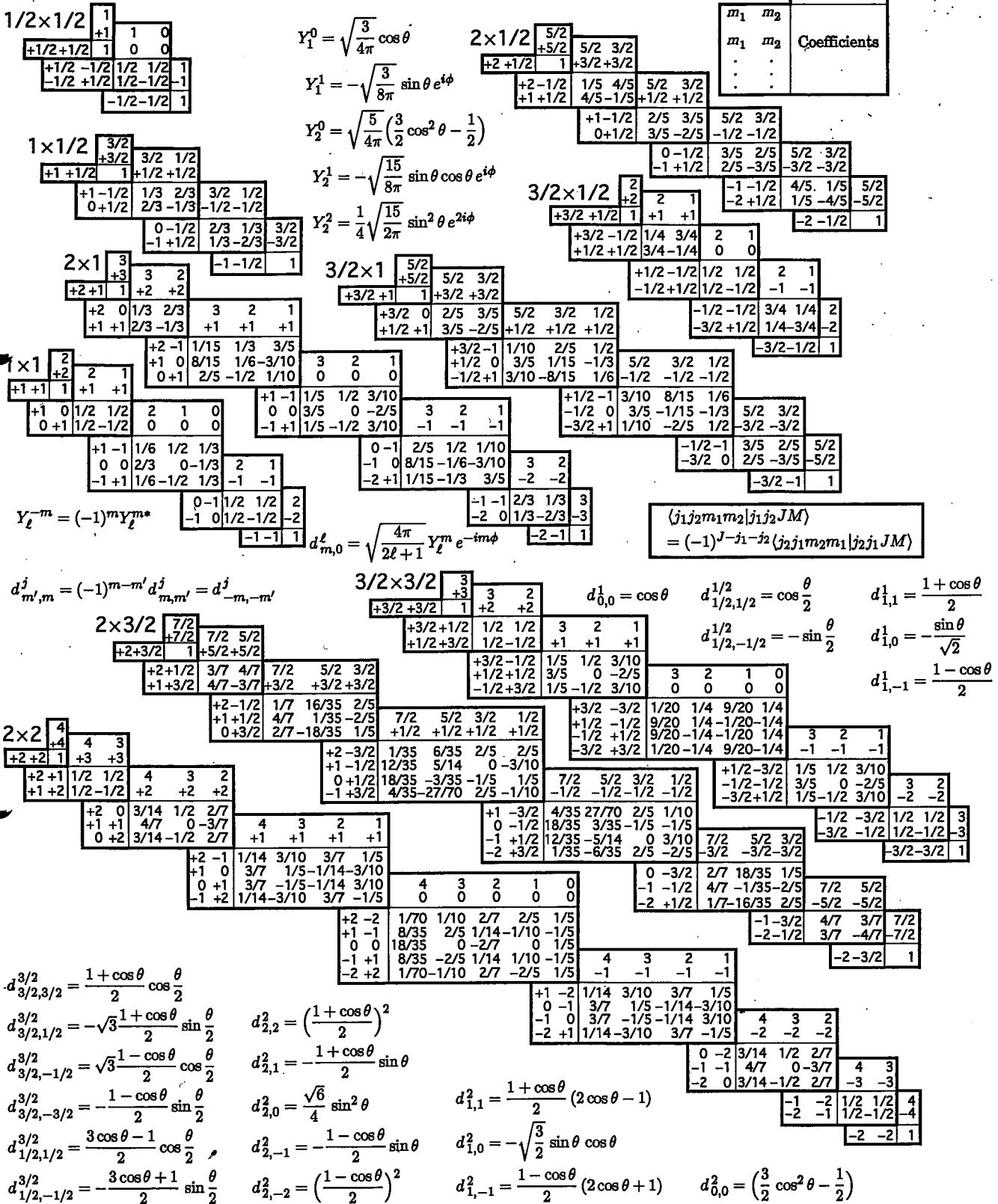


Figure 35.1: The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974). The coefficients here have been calculated using computer programs written independently by Cohen and at LBNL.