

NUCLEAR PHYSICS I

Final Exam

FYSN300
Jan. 17, 2014

Answer all 6 questions / Vastaa kaikkiin kuuteen kysymykseen

1. Nuclear Binding Energy

- Draw a diagram indicating the systematic behavior of the nuclear binding energy per nucleon as a function of mass number A . The axes should be carefully labeled in a quantitative manner.
- Discuss the physical basis of the various terms of the semi-empirical (Weizsäcker) mass formula given below.
- Briefly explain the basic principles of energy production through fusion and fission.

a) Hahmottele stabiilien ytimien sidosenergiäkäyrä (sidosenergia nukleonia kohti B/A massaluvun A funktiona). Kuvaajan kvantitatiivisen tulkinnan tulee olla mahdollista (energia-skaala ja maksimi-/minimikohdat).

b) Tarkastele alla annetun Weizsäckerin semi-empirisestä massakaavasta tutun sidosenergian $B(Z, A)$ kaavan eri termien fysikaalisia perusteita ja osuutta sidosenergiäkäyrän käyttäytymisessä.

c) Selitä lyhyesti perusteet energian tuottamiselle fuusiolla ja fissiolla.

$$B(Z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta$$

2. Shell structure and excited states

a) Briefly explain what is meant by the term *magic numbers*. What additional term is required in the Woods-Saxon potential to obtain the experimentally determined magic numbers?

b) State two pieces of experimental evidence which gave rise to the need to add shell structure to the simple liquid drop model of the nucleus.

c) Using the shell model picture provided make predictions for the spin and parity of the ground state for the following nuclei (for odd-odd cases give the possible range of spin-parities):

${}^5\text{He}$ ($Z=2$); ${}^{17}\text{O}$ ($Z=8$); ${}^{35}\text{S}$ ($Z=16$); ${}^{59}\text{Co}$ ($Z=27$); ${}^{102}\text{Y}$ ($Z=39$)

d) The low-lying levels in ${}^{13}\text{C}$ ($Z=6, N=7$) are: ground state, $1/2^-$; 3.09 MeV, $1/2^+$; 3.68 MeV, $3/2^-$; 3.85 MeV, $5/2^+$. The next states are at about 7 MeV and above. Using the shell model picture provided, interpret these 4 states.

e) Many spherical even-even nuclei have a relatively low-lying $I^\pi=3^-$ level. Briefly explain the significance of such a state.

- Selitä lyhyesti mitä tarkoitetaan *maagisilla luvuilla*. Mikä ylimääräinen termi on lisättävä Woods-Saxon -potentiaalilausekkeeseen, jotta kokeellisesti havaitut maagiset luvut saadaan muodostettua?
- Mainitse kaksi kokeellisesti havaittua todistetta, minkä vuoksi ytimen yksinkertaisen vesipisaramallin lisäksi tarvitaan kuorimallia.
- Ennusta seuraavien ydinten perustilojen spin ja pariteetti käyttäen annettua kuorimallin kaaviokuvaa (pariton-pariton ydinten tapauksissa anna kaikki mahdolliset vaihtoehdot): ${}^5\text{He}$ ($Z=2$); ${}^{17}\text{O}$ ($Z=8$); ${}^{35}\text{S}$ ($Z=16$); ${}^{59}\text{Co}$ ($Z=27$); ${}^{102}\text{Y}$ ($Z=39$)
- Alimmat energiatilat ${}^{13}\text{C}$ ($Z=6, N=7$) ytimessä ovat: perustila, $1/2^-$; 3.09 MeV, $1/2^+$; 3.68 MeV, $3/2^-$; 3.85 MeV, $5/2^+$. Seuraavat tilat ovat noin 7 MeV ja tätä korkeammilla energioilla. Tulkitse nämä 4 tilaa käyttäen annettua kuorimallin kaaviokuvaa.
- Monilla pallomaisilla parillis-parillisilla ytimillä on suhteellisen alhaisella energialla $I^\pi=3^-$ tila. Selitä lyhyesti tämän tilan merkitys.

3. Alpha Decay

The figure below shows the alpha decay scheme of ${}^{241}\text{Am}$ presented in the lectures.

- The dominant decay branch goes to the $5/2^-$ state at 59.5 keV (84.5%). Why is this decay branch stronger than that to the $5/2^+$ ground state or to the $7/2^+$ state at 33.19 keV?
- Calculate the kinetic energy of the alpha particle emitted in the decay to the $5/2^-$ state at 59.5 keV.
- Assuming that the 59.54 keV and 26.34 keV transitions have a pure E1 multipolarity, calculate the half-life of the $5/2^-$ state using the Weisskopf single-particle estimates given in the table.
- For the $7/2^+$ to $5/2^+$ 33.196 keV transition, what are the most probable multipolarities and types (E or M)? Calculate the half-life of the $7/2^+$ state using the Weisskopf single-particle estimates.

Alla oleva kuva esittää ${}^{241}\text{Am}$ alfahajoamista, mikä on esitelty luennoilla.

- Suurin osa hajoamisista (84,5%) päättyy $5/2^-$ tilalle, jonka energia on 59,5 keV. Miksi tämä hajoamishaara on vahvempi kuin hajoaminen $5/2^+$ -perustilalle tai $7/2^+$ -tilalle, jonka energia on 33,19 keV?
- Laske alfahiukkasen saama kineettinen energia, kun hajoaminen tapahtuu $5/2^-$ -tilalle, jonka energia on 59,5 keV.
- Laske $5/2^-$ -tilan puoliintumisaika käyttäen taulukossa annettuja Weisskopfin arvioita yksihiukkastiloille. Oleta että 59,54 keV ja 26,34 keV siirtymien laatu (multipolariteetti) on puhtaasti E1.
- Mitkä ovat todennäköisimmät multipolariteetit ja tyypit (E vai M) 33,196 keV siirtymälle $7/2^+$ -tilalta $5/2^+$ -tilalle? Laske $7/2^+$ -tilan puoliintumisaika käyttäen Weisskopfin arvioita.

²⁴¹Am (432.2 yr.) Decay Scheme

Part 4 of 4



4. Reaction Rates and cross sections

- a) In calculating the reaction rate, i.e. the number of atoms/s expected in a typical nuclear structure experiment, what three important parameters are required?

An attempt is made to produce a new element with proton number 120 by bombarding a ²³⁸U target with a ⁶⁴Ni beam. The charge state of the beam is 10+ and its intensity represented as an electric current is 10.0 μ A. The mass thickness of the target is 450 μ g/cm². The total efficiency of the recoil separator and detection system used in the experiment is 35% (ratio of number of detected nuclei to number of nuclei produced at target).

- b) How many nuclei are expected to be detected in an experiment lasting 140 days, when the estimated cross section is 100 fb ($1.00 \cdot 10^{-41}$ m²)?
c) The ion beam is stopped in a “Faraday Cup” inside the recoil separator. What is the power deposited in the cup when the energy of the beam ions is 300 MeV?

- a) Mitkä kolme tärkeää parametria tarvitaan, kun lasketaan reaktiotaajuutta tyypillisessä ydinrakennefysiikan kokeessa eli arviota tuotettavien ytimien lukumäärästä / s.

Uutta alkuainetta 120 yritetään valmistaa reaktion ⁶⁴Ni (suihku) + ²³⁸U (kohtio) avulla. Suihkuhiukkasten varaustila on 10+, ja ionisuihkun

intensiteetti on suihkun synnyttämän sähkövirran avulla lausuttuna 10,0 μA . Kohtion pinta-alamassa on 450 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$. Kokeessa käytettävän erottimen tehokkuus on 35 % (ilmaisimissa havaittavien ytimien lukumäärän suhde kohtiossa syntyneiden ytimien lukumäärään).

a) Kuinka monta ydintä odotetaan ilmaisimissa havaittavan 140 päivän mittaisessa kokeessa, kun arvioitu reaktiovaikutusala on 100 fb ($1,00 \cdot 10^{-41} \text{ m}^2$)?

b) Ionisuihku pysäytetään erottimen sisässä kuppiin. Millä teholla suihku lämmittää kuppia, kun ionien energia on 300 MeV?

5. Beta decay

a) Very briefly state why the beta spectrum is continuous and not discrete. Sketch the general shape of the electron kinetic energy spectrum for beta-minus decay and indicate on the figure how the mass of the neutrino might affect this plot.

b) Show that ${}^7\text{Be}$ only decays by electron capture. What would be the minimum ${}^7\text{Be}$ mass that would allow β^+ decay?

The mass excesses of ${}^7\text{Be}$ and ${}^7\text{Li}$ are 15770.034 and 14908.14 keV/ c^2 , respectively. The electron mass is 0.510998910 MeV/ c^2 .

c) Consider the beta-decay of the ${}^{64}\text{Cu}$ ($Z=35$) ground state as shown in the figure below. It primarily decays to the ground state in ${}^{64}\text{Zn}$ (branching ratio 39%) and also to the ground state in ${}^{64}\text{Ni}$ (branching ratio 61%). The corresponding Q values and the half-life of ${}^{64}\text{Cu}$ are given.

Calculate the partial half-lives for the two branches and extract the $\log t$ values. Use the attached $\log f(Z, E_0)$ plot and estimate the corresponding $\log f$ values for the two transitions. Finally, calculate the $\log ft$ values. Using the attached table, what type of beta decay transitions have you calculated (superallowed, allowed, first forbidden etc)?

a) Selitä hyvin lyhyesti, miksi beetahajoamisessa havaittu energiaspektri on jatkuva eikä diskreetti. Hahmottele elektronien kineettisen energian spektrin yleinen muoto β^- -hajoamisessa ja merkitse kuvaan miten neutriinin massa voisi vaikuttaa kuvaajaan.

b) Osoita että ${}^7\text{Be}$ hajoaa ainoastaan elektronisieppauksella. Mikä olisi pienin massa ${}^7\text{Be}$ ytimelle, mikä sallisi β^+ -hajoamisen? Massaylijäämät ytimille ovat ${}^7\text{Be}$: 15770,034 keV/ c^2 ja ${}^7\text{Li}$: 14908,14 keV/ c^2 .

c) Tarkastele ${}^{64}\text{Cu}$ ($Z=35$) ytimen perustilan beetahajoamista, mikä on esitetty alla olevassa kuvassa. Pääasiassa se hajoaa ${}^{64}\text{Zn}$ perustilalle (39 % haarautumissuhteella) ja ${}^{64}\text{Ni}$ perustilalle (61 % haarautumissuhteella). Näitä vastaavat Q -arvot on annettu kuvassa.

Laske näiden kahden haaran osittaispuoliintumisajat ja määritä $\log t$ -arvot. Käytä oheista $\log f(Z, E_0)$ -kuvaajaa ja arvioi vastaavat $\log f$ -arvot siirtymille. Lopuksi laske $\log ft$ -arvot. Minkä tyyppisiä

siirtymiä olet laskenut ohessa annetun taulukon perusteella (supersallittu, sallittu, kerran kielletty, jne.)?

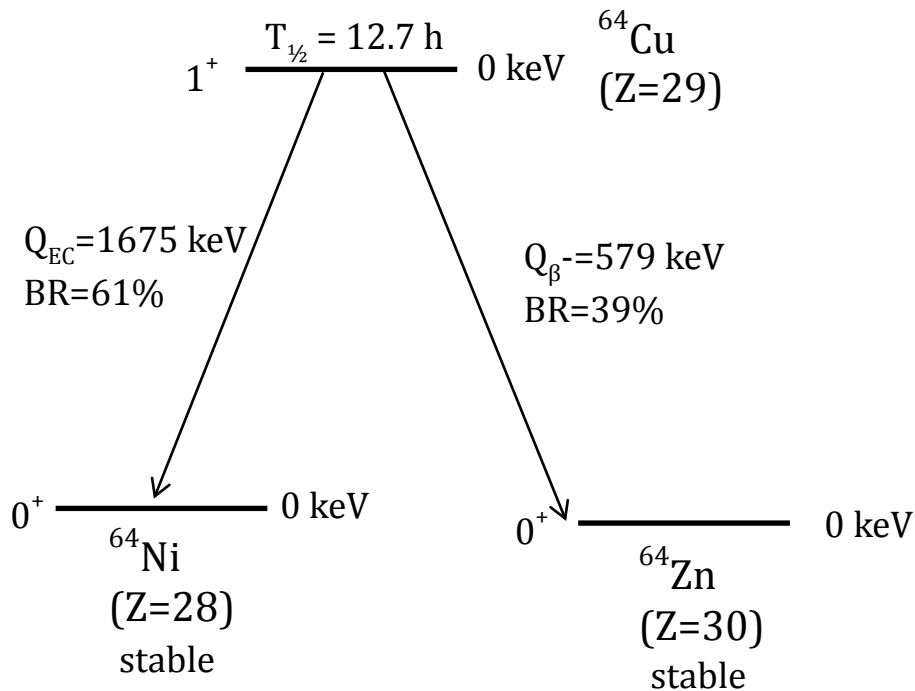


Table 3.3 Approximate values of $\log_{10} ft_{1/2}$ for different types of β -decay transition.

Type of transition	$\log_{10} ft_{1/2}$
Superallowed	~ 3.5
Allowed	5.5 ± 1.5
First forbidden	7.5 ± 1.5
Second forbidden	~ 12
Third forbidden	~ 16
Fourth forbidden	~ 21

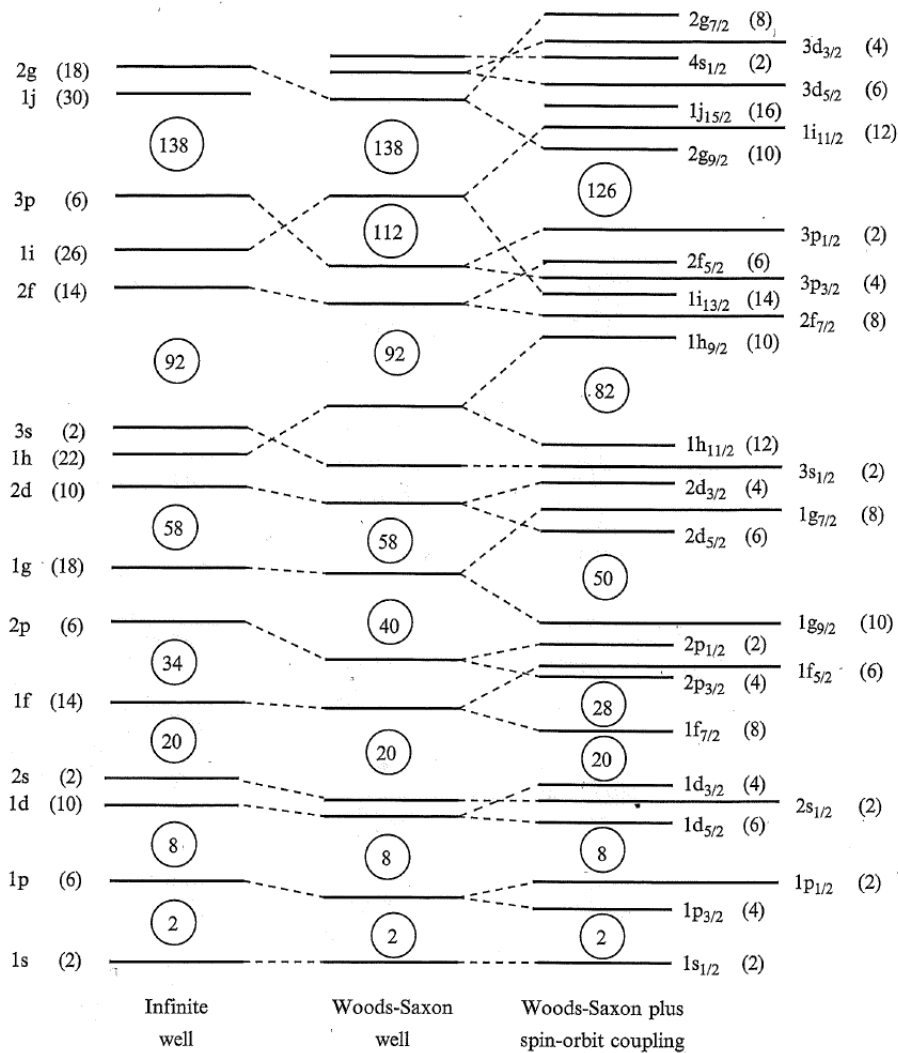
6. Gamma-ray Interactions

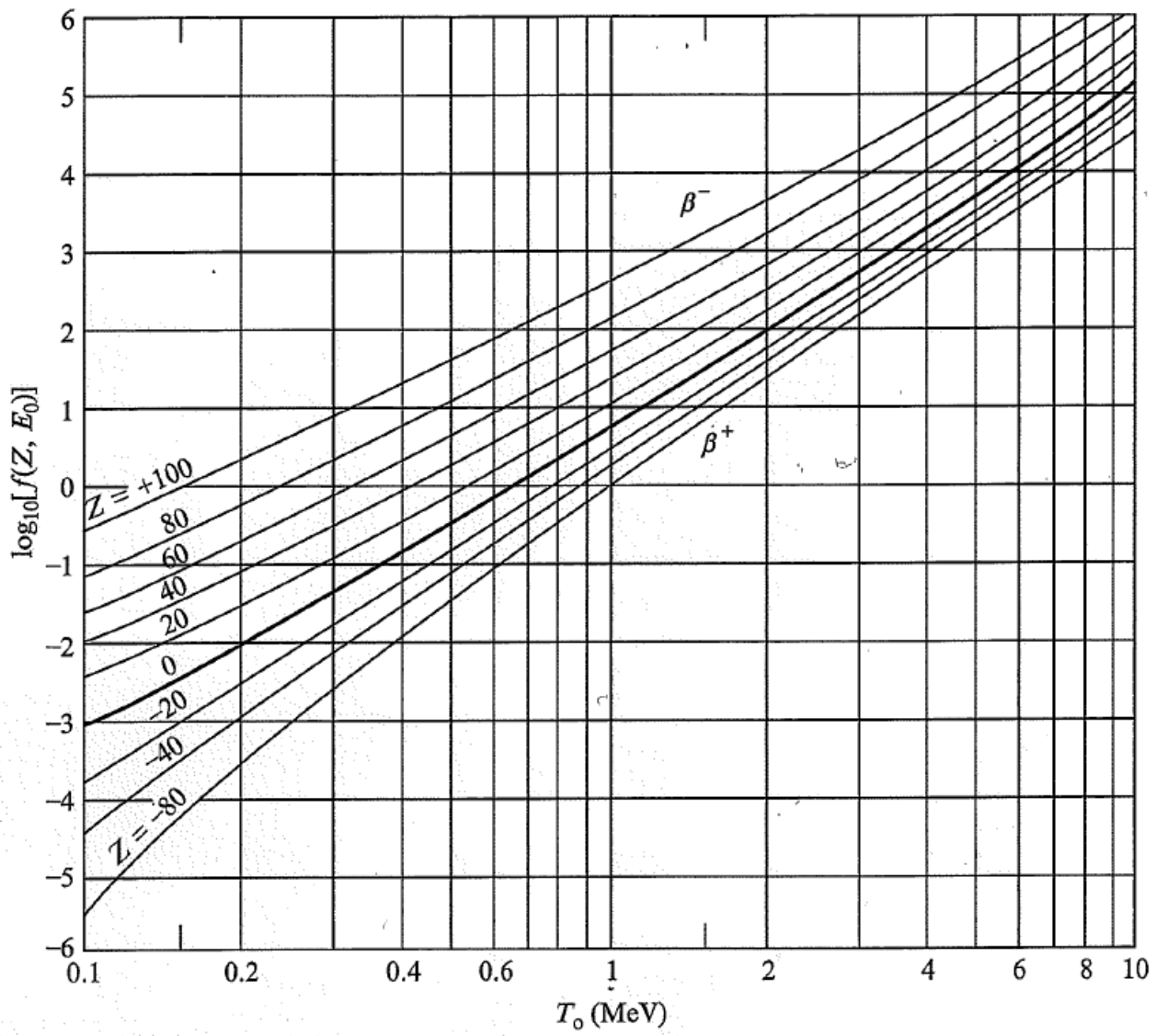
- Describe briefly the interactions of energetic photons (gamma and X-ray quanta) with matter.
 - Using a monitoring system consisting of a source of photons and a detector, the thickness of a foil is regulated during manufacture by observing the attenuation of the photon beam passing through it. The counting rate with no foil in place is accurately known to be 1000 s^{-1} and the photon energy is chosen so that the attenuation is exactly 50% at the desired thickness $x_{1/2}$. Obtain the attenuation coefficient μ in terms of $x_{1/2}$. Calculate the counting rate if the thickness increases by 5%.
- Kuvaa lyhyesti energettisten fotonien (gamma- ja röntgenkvantit) ja aineen välisiä vuorovaikutuksia.
 - Ohuiden kalvojen tuotannossa kalvon paksuuden mittaukseen käytetty laitteisto koostuu fotoneja emittoivasta lähteestä ja ilmaisimesta, ja sen toiminta perustuu fotonien vaimentumiseen

mennessään kalvon läpi. Ilmaisimen laskentataajuuden tiedetään olevan 1000 s^{-1} ilman edessä olevaa kalvoa ja fotonien energia on valittu siten, että vaimennus on tasan 50 % halutulla paksuudella $x_{1/2}$. Määritä vaimennuskertoimen μ lauseke paksuuden $x_{1/2}$ funktiona. Laske ilmaisimen laskentataajuus, jos kalvon paksuus kasvaa 5%.

Table: Single-particle transition rate estimates (Weisskopf estimates) for electromagnetic transitions. E is the transition energy in units of MeV. The transition rate λ is given in units of s^{-1} . A is the mass number.

Electric transitions	Magnetic transitions
$\lambda(E1) = 1.0 \cdot 10^{14} \cdot A^{2/3} \cdot E^3$	$\lambda(M1) = 3.1 \cdot 10^{13} \cdot E^3$
$\lambda(E2) = 7.3 \cdot 10^7 \cdot A^{4/3} \cdot E^5$	$\lambda(M2) = 2.2 \cdot 10^7 \cdot A^{2/3} \cdot E^5$
$\lambda(E3) = 34 \cdot A^2 \cdot E^7$	$\lambda(M3) = 10 \cdot A^{4/3} \cdot E^7$
$\lambda(E4) = 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot A^{8/3} \cdot E^9$	$\lambda(M4) = 3.3 \cdot 10^{-6} \cdot A^2 \cdot E^9$
$\lambda(E5) = 2.4 \cdot 10^{-12} \cdot A^{10/3} \cdot E^{11}$	$\lambda(M5) = 7.4 \cdot 10^{-13} \cdot A^{8/3} \cdot E^{11}$





CONSTANTS

Speed of light	c	$2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$
Charge of electron	e	$1.602189 \times 10^{-19} \text{ C}$
Boltzmann constant	k	$1.38066 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ $8.6174 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$
Planck's constant	h	$6.62618 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ $4.13570 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$
	$\hbar = h/2\pi$	$1.054589 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ $6.58217 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}$
	G	$6.6726 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
Gravitational constant	N_A	$6.022045 \times 10^{23} \text{ mole}^{-1}$
Avogadro's number	R	$8.3144 \text{ J/mole} \cdot \text{K}$
Universal gas constant	σ	$5.6703 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$
Stefan-Boltzmann constant	R_∞	$1.0973732 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$
Rydberg constant		13.60580 eV
Hydrogen ionization energy	a_0	$5.291771 \times 10^{-11} \text{ m}$
Bohr radius	μ_B	$9.27408 \times 10^{-24} \text{ J/T}$ $5.78838 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$
Bohr magneton	μ_N	$5.05084 \times 10^{-27} \text{ J/T}$ $3.15245 \times 10^{-8} \text{ eV/T}$
Nuclear magneton	α	$1/137.0360$
Fine structure constant	hc	$1239.853 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$
	hc	$197.329 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$
	$e^2/4\pi\epsilon_0$	$1.439976 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$

PARTICLE REST MASSES

	u	MeV/c ²
Electron	5.485803×10^{-4}	0.511003
Proton	1.00727647	938.280
Neutron	1.00866501	939.573
Deuteron	2.01355321	1875.628
Alpha	4.00150618	3727.409
π^\pm	0.1498300	139.5669
π^0	0.1448999	134.9745
μ	0.1134292	105.6595

CONVERSION FACTORS

$1 \text{ eV} = 1.602189 \times 10^{-19} \text{ J}$	$1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$
$1 \text{ u} = 931.502 \text{ MeV}/c^2$ $= 1.660566 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ decays/s}$