

Vastaa viiteen tehtävään!

1. a) Selitä lyhyesti, mitä tarkoitetaan satunnaisvirheellä ja systemaattisella virheellä. Mitä näille virheille voidaan tehdä? b) Tarkastele ajanottoa 100 m juoksussa käsiajanotolla. Kellottajat seisovat maaliviivan kohdalla ja lähettäjä lähtöpaikan luona. Ajanotto alkaa, kun kellottajat (5 kpl) kuulevat lähtölaukauksen ja loppuu, kun voittaja ylittää maaliviivan. Pohdi, mitä virhelähteitä ajanottoon liittyy ja kuinka merkittävä kukin virhelähde on. Kumoutuuko osa virheistä ja millä perusteella? Miten saat parhaan arvion voittajan ajalle virheineen?

2. Monokromaattisen sähkömagneettisen säteilyn intensiteetti väliaineessa noudattaa eksponentiaalista vaimenemislakia $I(x) = I_0 e^{-\alpha x}$, missä I_0 = intensiteetti pinnalla, x = väliaineessa kuljettu matka ja α = matkavaimennuskerroin. Matkavaimennuskertoimen arvon määrittämiseksi syvyydeltä $x = 50 \pm 2$ mm on intensiteetiksi mitattu $I(x) = (0,40 \pm 0,02)I_0$. Mikä on α :n suuruus virheineen? Oleta matkan ja intensiteetin virheet satunnaisiksi. Mistä tulee suurin epävarmuus matkavaimennuskertoimen arvoon (perustelee)?

3. Olkoot mittaustulokset x_1, x_2, \dots, x_N otoksia normaalijakaumasta $f_{X,\sigma}(x)$. Käyttäen hyväksi maksimaalisen todennäköisyyden periaatetta etsi paras estimaatti jakauman leveysparametrille σ . (vihje: todennäköisyys $P(x_i) \propto \frac{1}{\sigma^N} \cdot e^{-(x_i - X)^2 / 2\sigma^2}$)

4. Erään fysiikan kurssin laboratoriotyössä määritetään noin 15 cm pitkän jousen jousivakio. Jousi on kiinnitetty yläpäästään telineeseen. Jousivakion määrittämiseksi jousen alapäähän ripustetaan erisuuruisia massoja ja katsotaan, kuinka paljon jousi venyy. Tulokset ovat oheisessa taulukossa.

Punnuksen massa [g]	Jousen venymä [cm]
32	1,1
42	3,2
50	5,0
66	8,1
100	14,2

Laske jousivakion arvot kullekin (massa, venymä) parille. Mitä tuloksista voidaan päätellä ja miksi ne ovat tällaiset? Miten parhaiten määrität jousivakion arvon annetusta aineistosta ja mikä se on?

5. Tarvitset seuraavaa koetehtävää varten 10 mahdollisimman samansuuruisia vastusta. Sinulla on pussillinen 100 ohmin vastuksia samasta valmistuserästä ja kunnan välineet kytkeä vastuksia toisiinsa. Käytettävissäsi on jänniteregulaattori (vakiojännitelähde), josta saat 5000 mV jänniteen ± 1 mV tarkkuudella, ja kaksi yleismittaria, joiden mittaustarkkuus on

0 – 200 mV	0,3% + 2 digits	0 – 20 mA	0,3% + 3 digits
0 – 2 V V	0,5% + 2 digits	0 – 200 mA	0,4% + 3 digits
0 – 20 V	0,6% + 2 digits	0 – 2 A	0,5% + 2 digits

Mittareissa on $3 \frac{1}{2}$ numeron näyttö, eli 0-200 mV alueella suurin näyttämä on 199,9 mV, 0-2 V alueella suurin näyttämä on 1,999 V ja niin edelleen.

Miten valitset näillä välineillä 10 mahdollisimman samansuuruista vastusta suuresta joukosta vastuksia? (6p) Osaatko arvioida, mikä on käyttämillasi välineillä erottelutoleranssi, eli mikä on pienin resistanssiero, jonka pystyt vielä mittaamaan? (2 p).

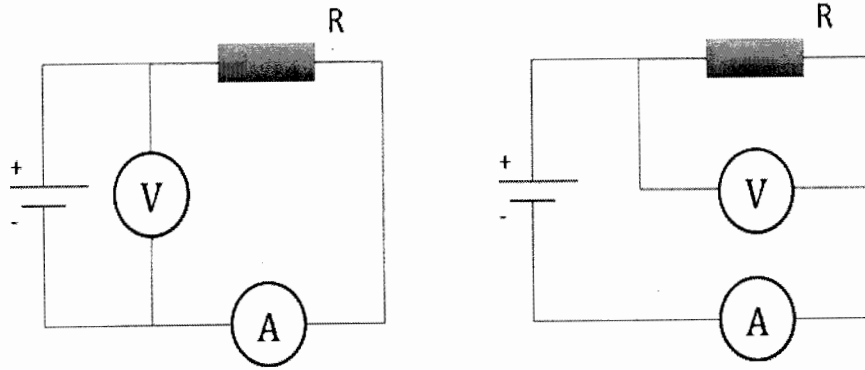
6. Haluat kalibroida edellisen tehtävän yleismittarin saadaksesi mahdollisimman luotettavan absoluuttisen jännitelukeman. Käytät siihen edellisen tehtävän jänniteregulaattoria, josta saat siis 5000 mV jänniteen ± 1 mV tarkkuudella ja kymmenestä 100 ohmin vastuksesta rakennettua jännitteenjakoetjua. Kalibroitavalla mittarilla mittaamasi jännitteet 0 – 20 V asteikolla ovat seuraavat:

0 – 1	0 -2	0-3	0-4	0 - 5	0 – 6	0 – 7	0-8	0-9	Koko ketju
0.46	0.96	1.43	1.89	2.33	2.85	3.31	3.77	4.23	4.72

0 – 1 tarkoittaa mitattua jännitettä maan potentiaalista ensimmäisen vastuksen yli, 0 – 2 maan potentiaalista kahden vastuksen yli ja niin edelleen.

Millaisen kalibraation saat mittarille? Normaalisti käytettäisiin tietokonetta sovituksen tekemiseen, käytä tässä graafista menetelmää mieluummin kuin sivukaupalla laskuja.

Mittaat nyt tutkittavan jännitteen ja saat mittarin lukemaksi 3,12 V. Mikä on tutkittava jännite virhearvioineen? Perustele virhearvio.



6. a) Edellisen tehtävän mittaukseen liittyy eräs ilmeinen, merkittävä virhelähde, jota ei ole mitenkään huomioitu. Mikä se on ja miten sen vaikutusta voitaisiin vähentää? (2p)
 b) Mikä olisi mielestäsi järkevin tapa määrittää vastuksen R resistanssi? (4p)

.....

Normaalijakaumataulukko:

Table A. The percentage probability, $Prob(\text{within } t\sigma) = \int_{X-t\sigma}^{X+t\sigma} G_{X,\sigma}(x) dx$, as a function of t .



t	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.00	0.80	1.60	2.39	3.19	3.99	4.78	5.58	6.38	7.17
0.1	7.97	8.76	9.55	10.34	11.13	11.92	12.71	13.50	14.28	15.07
0.2	15.85	16.63	17.41	18.19	18.97	19.74	20.51	21.28	22.05	22.82
0.3	23.58	24.34	25.10	25.86	26.61	27.37	28.12	28.86	29.61	30.35
0.4	31.08	31.82	32.55	33.28	34.01	34.73	35.45	36.16	36.88	37.59
0.5	38.29	38.99	39.69	40.39	41.08	41.77	42.45	43.13	43.81	44.48
0.6	45.15	45.81	46.47	47.13	47.78	48.43	49.07	49.71	50.35	50.98
0.7	51.61	52.23	52.85	53.46	54.07	54.67	55.27	55.87	56.46	57.05
0.8	57.63	58.21	58.78	59.35	59.91	60.47	61.02	61.57	62.11	62.65
0.9	63.19	63.72	64.24	64.76	65.28	65.79	66.29	66.80	67.29	67.78
1.0	68.27	68.75	69.23	69.70	70.17	70.63	71.09	71.54	71.99	72.43
1.1	72.87	73.30	73.73	74.15	74.57	74.99	75.40	75.80	76.20	76.60
1.2	76.99	77.37	77.75	78.13	78.50	78.87	79.23	79.59	79.95	80.29
1.3	80.64	80.98	81.32	81.65	81.98	82.30	82.62	82.93	83.24	83.55
1.4	83.85	84.15	84.44	84.73	85.01	85.29	85.57	85.84	86.11	86.38
1.5	86.64	86.90	87.15	87.40	87.64	87.89	88.12	88.36	88.59	88.82
1.6	89.04	89.26	89.48	89.69	89.90	90.11	90.31	90.51	90.70	90.90
1.7	91.09	91.27	91.46	91.64	91.81	91.99	92.16	92.33	92.49	92.65
1.8	92.81	92.97	93.12	93.28	93.42	93.57	93.71	93.85	93.99	94.12
1.9	94.26	94.39	94.51	94.64	94.76	94.88	95.00	95.12	95.23	95.34
2.0	95.45	95.56	95.66	95.76	95.86	95.96	96.06	96.15	96.25	96.34
2.1	96.43	96.51	96.60	96.68	96.76	96.84	96.92	97.00	97.07	97.15
2.2	97.22	97.29	97.36	97.43	97.49	97.56	97.62	97.68	97.74	97.80
2.3	97.86	97.91	97.97	98.02	98.07	98.12	98.17	98.22	98.27	98.32
2.4	98.36	98.40	98.45	98.49	98.53	98.57	98.61	98.65	98.69	98.72
2.5	98.76	98.79	98.83	98.86	98.89	98.92	98.95	98.98	99.01	99.04
2.6	99.07	99.09	99.12	99.15	99.17	99.20	99.22	99.24	99.26	99.29
2.7	99.31	99.33	99.35	99.37	99.39	99.40	99.42	99.44	99.46	99.47
2.8	99.49	99.50	99.52	99.53	99.55	99.56	99.58	99.59	99.60	99.61
2.9	99.63	99.64	99.65	99.66	99.67	99.68	99.69	99.70	99.71	99.72