

1. Laske seuraavat raja-arvot mikäli ne ovat olemassa

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{(x+2)^2 - (x-2)^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{x^2}{x-1} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\cos x}$

2. a) Laske funktion $f(x) = x^2 \sin x + 1$ derivaattafunktio.

b) Olkoon $f(x) = \ln \left(\frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 1} + 1} \right)$. Laske $f'(1)$.

c) Muodosta funktion $f(x) = xe^{-2x}$ 2. asteen Taylorin polynomi pisteessä $x = 0$ ja laske sitä käyttäen likiarvo luvulle $f(0.2)$.

3. a) Laske määräämätön integraali $\int x^2 e^x dx$ käyttämällä osittaisintegrointia.

b) Laske määrätty integraali $\int_{-1}^0 \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ käyttämällä sijoitusta $x = \sin u$.

c) Laske epäoleellinen integraali $\int_0^{\infty} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$.

4. Ratkaise alkuarvot tehtävä $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{1-x^2} = 0$; $y(2) = 1$, kun $x > 1$.

HUOM: Tehtävissä 3 c) ja 4 voit tarvittaessa käyttää liitteen integraalitaulukkoa.