

1. Olkoon annettu \mathbb{R}^3 :n vektorit $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$, $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{k}$ ja $\vec{c} = \hat{k}$
 - a) Laske $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ja $\vec{a} - \vec{b}$.
 - b) Laske $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ja $\vec{a} \times \vec{b}$.
 - c) Laske vektoreiden \vec{a} , \vec{b} ja \vec{c} virittämän suuntaissärmiön tilavuus.

2. Olkoon $f(x, y) = x \ln y + xy$ ja $(x_0, y_0) = (2, 1)$.
 - a) Laske funktion f ensimmäisen kertaluvun osittaisderivaatat pisteessä (x_0, y_0) .
 - b) Mihin suuntaan funktion f arvot kasvavat nopeimmin pisteessä (x_0, y_0) ?
 - c) Laske funktion f suunnattu derivaatta pisteessä (x_0, y_0) pisteen $(x, y) = (\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ suuntaan (pisteestä (x_0, y_0) katsottuna).

3. Laske funktion $f(x, y) = \sin x \cos y$ toisen asteen Taylorin polynomi $T_2(x, y)$ pisteessä $(x_0, y_0) = (\frac{\pi}{2}, 0)$.

4. Määritä funktion $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 1$ lokaalit ääriarvot sidosehdolla $x + 2y - 3 = 0$ käyttäen Lagrangen määrämättömien kertoimien menetelmää. (Huom: f oletetaan määritellyksi koko \mathbb{R}^2 :ssa.)

5. Olkoon $\vec{A}(x, y) = xe^y \hat{i} + xy \hat{j}$ vektoriarvoinen funktio (vektorikenttä) \mathbb{R}^2 :ssa.
Laske $\frac{\partial \vec{A}}{\partial x}$ ja $\frac{\partial \vec{A}}{\partial y}$ pisteessä $(x, y) = (1, 0)$.

6. Tehtäväpaperin kääntöpuolella olevaan kuvaan on merkitty kompleksitasoon luvut z_1 ja z_2 (mustat ympyrät).
 - a) Kirjoita luvut z_1 ja z_2 muodossa $x + yi$ sillä tarkkuudella kuin graafisen esityksen perusteella on mahdollista. Huomioi, että kuvan perusteella z_1 sijaitsee kompleksitason 2 -säteisellä ympyrällä.
 - b) Laske ja merkitse kuvaan kompleksiluvut $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$ ja $\frac{1}{z_1}$.
 - c) Esitä z_2 muodossa $r_2 e^{i\theta_2}$ ja merkitse kuvaan lukujen r_2 ja θ_2 geometrinen tulkinta.
 - d) Laske ja merkitse kuvaan luku $\ln(z_1)$ (logaritmifunktion pääarvo).

HUOM: TÄMÄ TEHTÄVÄPAPERI ON PALAUTETTAVA VASTAUKSESI MUKANA. KS. KÄÄNTÖPUOLI.

Kirjoita alle nimesi ja palauta tämä paperi vastauspaperisi mukana (vaikka et vastaisi tehtävään)!

Nimi: _____

Tehtävän 6 vastaukset: (Merkitse vastauksesi numeerisesti suluilla rajattuihin tiloihin tarkkana arvona tai likiarvona korkeintaan kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.)

a) $z_1 = (\quad) + (\quad)i$; $z_2 = (\quad) + (\quad)i$

b) $z_1 + z_2 = (\quad) + (\quad)i$; $z_1 - z_2 = (\quad) + (\quad)i$; $\frac{1}{z_1} = (\quad) + (\quad)i$

c) $z_2 = (\quad)e^{i(\quad)}$

d) $\ln(z_1) = (\quad) + (\quad)i$

