

*Laskinta ja taulukkokirjaa ei saa käyttää.*

1. Etsi differentiaaliyhtälön  $y' = x^2y^3$  kaikki ratkaisut  $y = y(x)$ .
2. Ratkaise differentiaaliyhtälö  $y' + xy = x^3$ , kun  $y = y(x)$ . Kirjoita erikseen ratkaisu, jolle  $y(1) = \frac{1}{2}$ .
3. Ratkaise alkuarvot tehtävä  $y'' + 2y' + 2y = 0$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = -3$ .
4. Osoita, että  $y = x^2$  on differentiaaliyhtälön  $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$  ratkaisu positiivisilla  $x$ . Etsi sitten yhtälön yleinen ratkaisu.
5. Ratkaise differentiaaliyhtälö  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}$ .
6. Laske sarjan  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + 2^{n+1}}{3^n}$  summa.
7. Minimoi  $J = \int f(x, y, y') dx$ , missä  $f(x, y, y') = 32y + 4(y')^2$ , ehdoilla  $y(0) = 2$  ja  $y(2) = 16$ .

*Kommentoi ratkaisuideasi ja tekemisesi - Se kannattaa!*