

1. Tutki toteuttaako kumpikaan funktioista

(a)

$$y = -x - \frac{1}{2}, \quad [6p]$$

(b)

$$y + \frac{1}{2} \ln |2(x + y) + 1| = x + C; \quad C = \text{vakio} \quad [6p]$$

differentiaaliyhtälöä

$$y' = \frac{x + y}{x + y + 1}.$$

2. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$xy' = xy + y$$

sarjayritteellä. [12p]

3. (a) Tutki onko differentiaaliyhtälö

$$(x^2 + y)dx + (x - 2y)dy = 0$$

eksakti ja etsi sen yleinen ratkaisu [6p].

(b) Etsi alkuarvo-ongelmaa

$$y'' = 3\sqrt{y}; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 2$$

vastaava yksittäisratkaisu. [6p]

4. (a) Etsi differentiaaliyhtälön

$$y'' + y = 0$$

yleinen ratkaisu. [4p]

(b) Etsi differentiaaliyhtälön

$$y'' + y = 3 \cos(x)$$

yleinen ratkaisu. [4p]

(c) Etsi differentiaaliyhtälön

$$y'' + y = \frac{1}{\cos(x)}$$

yleinen ratkaisu. [4p]