# Hiilidioksidin FTIR-spektri



Jyväskylän yliopisto Kemian laitos Fysikaalinen kemia KEMS430 — Spektroskopian työt I Työohje, 2013–2014 Huom. Tämän työohjeen viitteet eivät vielä ole kohdallaan.

### 1 Johdanto

Molekyylivärähtelyspektroskopia käsittelee materian ja sähkömagneettisen säteilyn välisiä vuorovaikutuksia, jotka saavat molekyylin värähtelyliikkeeseen. Värähtelyliikkeellä tarkoitetaan atomiytimien jaksollista liikettä toisiinsa nähden. Kyseisiä värähtelyjä tutkimalla saadaan tietoa molekyylien fysikaalisista ominaisuuksista. Sähkömagneettisen säteilyn vuorovaikutusta molekyylijoukon kanssa voidaan tutkia mittaamalla infrapunasäteilyn absorptiota (IR-spektri) tai siroamista (Raman-spektri). Vaikka kyseisiä ilmiöitä hallitsevat täysin erilaiset mekanismit, aiheuttavat ne samankaltaiset siirtymät molekyylien värähtelytilojen välillä.

Värähtelyspektrien analysointi antaa tarkkaa tietoa paitsi molekyylien rotaatioja vibraatioenergiatiloista myös elektronisista energiatiloista. Näiden energiatilojen avulla voidaan tarkasti määrittää molekyylien atomiytimien väliset etäisyydet, värähtelytaajuudet ja ns. voimavakiot sekä dissosiaatioenergiat ja lisäksi muita molekyylien rakenteellisia parametreja. Usein on hyödyllistä selvittää molekyylin muoto eli atomien avaruudellinen järjestäytyminen ennen molekyylin atomiytimien välisten etäisyyksien määrittämistä. Molekyylin muotoa koskevia seikkoja voidaan suoraan päätellä värähtelyspektristä erityisesti silloin, kun molekyyli on jollain tavalla symmetrinen. Yleisesti voidaan sanoa, että värähtelyspektri riippuu molekyylin symmetriasta.

### 2 Molekyylien värähtelyt

#### 2.1 Normaalivärähdys

Molekyylit koostuvat atomeista, joilla on tietty massa ja jotka ovat sitoutuneet toisiinsa elastisin sidoksin. Molekyylien atomiytimet voivat olla jaksollisessa liikkeessä ja niillä on värähtelyvapausasteita. Kaikki molekyylin atomiytimien liikkeet toistensa suhteen ovat ns. normaalivärähdysten yhdistelmiä. Normaalivärähdyksissä kaikki atomiytimet värähtelevät samassa vaiheessa ja samalla taajuudella. Värähtelyjen amplitudit kuvataan normaalikoordinaattien avulla [1, 2].

Moniatomisten molekyylin ytimien liikkeitä voidaan kuvata myös tavallisten karteesisten koordinaattien avulla. Tällöin N-atomisella molekyylillä on 3N liikkeen

vapausastetta. Kun tarkastellaan värähtelyliikettä, voidaan systeemin translaatioliike jättää huomiotta. Jättämällä pois systeemin massakeskipisteen kolme koordinaattia, jotka siis kuvaavat translaatioliikettä, saadaan 3N - 3 koordinaattia kuvaamaan N:n ytimen paikkoja systeemin massakeskipisteen suhteen. Saatu esitys sisältää edelleen systeemin rotaatioliikkeen, jota kuvataan yleensä kolmella koordinaatilla. Vähentämällä rotaatio saadaan N-atomisen molekyylin värähtelyspektrin normaalivärähdysten määräksi 3N - 6. Lineaarisen molekyylin tapauksessa on muistettava, että kyseisellä molekyylillä ei ole kuin kaksi rotaatiovapausastetta ja siten sen värähtelyspektri sisältää 3N - 5 normaalivärähdystä.

#### 2.2 Värähtelyenergiatasot

Kun kaksiatomisen molekyylin atomiytimien värähtelyä kuvataan käyttäen harmonisen oskillaattorin approksimaatiota, antaa kvanttimekaaninen tarkastelu värähtelyenergiatasoille lausekkeen [1, 2, 3]

$$E_v = h\nu(v + \frac{1}{2}), \qquad (1)$$

missä v = 0, 1, 2, ... on vibraatiokvanttiluku ja h on Planckin vakio. Klassinen värähtelytaajuus  $\nu$  on verrannollinen sekä redusoituun massaan  $\mu$  että voimavakioon f siten, että

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{f}{\mu}},\tag{2}$$

missä  $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$ . Kun molekyyli värähtelee suurella amplitudilla eli värähtelevät atomiytimet poikkeavat huomattavasti tasapainoasemastaan, harmonisen oskillaattorin approksimaatio ei ole enää riittävä. Molekyylin värähtely on epäharmonista. Kuvassa 1 on esitetty sekä harmonisen että epäharmonisen värähtelijän potentiaalienergiakäyrät ja värähtelyenergiatasot. Nähdään, että pienillä etäisyyksillä r epäharmonisen värähtelijän energia noudattaa melko tarkasti harmonisen värähtelijän käyrää. Kun poikkeama tasapainoetäisyydestä  $r_e$  kasvaa, eroaa epäharmonisen värähtelijän käyrä jo selvästi harmonisen värähtelijän potentiaalienergiakäyrästä. Epäharmonisen värähtelijän käyrästä huomataan myös se, että värähtelyenergiatasojen välinen ero pienenee energian kasvaessa. Epäharmonisen värähtelijän värähtelyenergiat voidaan laskea lausekkeesta

$$E_v = h\nu_e(v + \frac{1}{2}) - h\nu_e x_e(v + \frac{1}{2})^2 + h\nu_e y_e(v + \frac{1}{2})^3 + \dots,$$
(3)

missä  $\nu_e$  on klassinen värähtelytaajuus,  $x_e, y_e, \dots$  ovat epäharmonisuustekijöitä ja n on vibraatiokvanttiluku. Värähtelyspektrissä epäharmonisuus näkyy ylivärähdyksinä.



Kuva 1: Harmonisen ja epäharmonisen värähtelijän potentiaalienergiakäyrät sekä värähtelyenergiatasot. Dissosiaatioenergia voidaan kokeellisesti määrittää vain nollapistenergian suhteen ja kyseistä nollapiste dissosiaationenergiaa merkitään  $D_0$ . Dissosiaatioenergia  $D_e$  voidaan määrittää, jos värähtelyn nollapiste-energia tunnetaan.

#### 2.3 Värähtelyspektri

Molekyylin värähtelyspektri riippuu molekyylin atomien massoista, molekyylin symmetriasta ja atomien välisten kemiallisten sidosten lujuudesta. Värähtelyspektriä tulkittaessa oletetaan, että normaalivärähdykset ovat kytkeytymättömiä eli ne eivät vuorovaikuta keskenään. Koska sidosten elastisuus ei noudata suoraan Hooken lakia ja värähtely ei siten ole täysin harmonista, esiintyy värähtelyspektrissä myös ylivärähdyksiä ja normaalivärähdysten kombinaatioita.

Spektrien tulkinnan eräs päämäärä on määrittää tarkasti molekyylin voimakenttä eli värähtelyjen voimavakiot havaittujen perusvärähdysten avulla. Vertaamalla molekyylin eri voimavakioita sekä samanlaisia atomiryhmiä sisältävien molekyylien voimavakioita saadaan tietoa molekyylien atomien välisistä voimista ts. molekyylien elektronirakenteesta. Jos eri molekyyleissä atomien väliset "jousivoimat" ovat samat, voidaan päätellä sidosten elektronirakenteiden olevan samankaltaiset. Vastaavasti, jos elektronirakenteet tiedetään samoiksi, voidaan voimavakiot olettaa yhtä suuriksi. Kuitenkin tarkempi tutkimus osoittaa, että voimavakiot ovat samat vain, jos sidoksella on kummassakin molekyylissä täsmälleen samanlainen ympäristö. Voimavakioita tarkasteltaessa on huomattava myös se, että isotooppisubstituutiossa molekyylien elektronirakenne ei juuri muutu eikä siten myöskään atomiytimien kokema voimakenttä. Näin ollen voimavakiot eivät muutu isotooppisubstituutiossa. Tätä käytetään hyväksi spektrien tulkinnassa osittaisdeuteroimalla esim.  $CH_3$ -ryhmää.

### 3 Molekyylien rotaatio

#### 3.1 Rotaatioenergiatasot

Sen lisäksi, että molekyylien atomiytimet liikkuvat toisiinsa nähden, kaasutilassa ne pyörivät yleisessä tapauksessa kolmen hitausakselinsa ympäri. Kaksiatomisen ja pallomaisen molekyylin (esim. metaani) rotaatioenergialle voidaan kirjoittaa

$$\frac{E_r}{hc} = F(J) = BJ(J+1) - DJ^2(J+1)^2 + \dots,$$
(4)

missä  $E_r$  on rotaatio<br/>energia, F(J) on rotaatiotermi (yks. cm<sup>-1</sup>) ja J on rotaatiokvanttiluku. Rotaatiovaki<br/>oBvoidaan esittää lausekkeella

$$B = \frac{h}{8\pi^2 cI},\tag{5}$$

missä c on valonnopeus ja I on hitausmomentti systeemin massakeskipisteen kautta kulkevan akselin suhteen. Rotaatioenergiatasojen väli on sitä suurempi mitä pienempi on hitausmomentti. Yhtälössä (4) oleva toinen termi  $DJ^2(J+1)^2$  johtuu siitä, ettei molekyyli ole jäykkä systeemi. Termi kuvaa keskeisvoiman vaikutusta eli pyörivän systeemin atomien välisten etäisyyksien muuttumista voiman vaikutuksesta. Kyseinen termi on kuitenkin hyvin pieni yhtälön (4) ensimmäiseen termiin verrattuna ja se voidaan monissa karkeissa laskuissa jättää huomiotta. Kaksiatomisilla molekyyleillä vakio D on verrannollinen rotaatiovakioon B ja värähtelytaajuuteen  $\omega = 2\pi\nu$  seuraavasti

$$D = \frac{4B^3}{\omega^2} \,. \tag{6}$$

Kaava (6) pätee myös lineaarisille molekyyleille, joiden rakenne on XY<sub>2</sub>-tyyppinen, kun  $\omega$  on totaalisymmetrisen värähtelyn taajuus [1, 2, 3, 4].

#### 3.2 Spinstatistiikka

Jos molekyyli kuuluu pisteryhmään  $D_{\infty h}$ , on sen rotaatiotiloilla vuorotellen eri statistiset painot. Mikäli molekyylin kaikkien atomiytimien, mahdollista symmetriakeskipisteessä olevaa ydintä lukuunottamatta, ydinspinit  $I_n$  ovat nollia, puuttuvat antisymmetriset rotaatiotilat kokonaan. Jos yhdellä tai useammalla ytimellä symmetriakeskipisteen ulkopuolella on nollasta eroava ydinspin,  $I_n \neq 0$ , ovat kaikki rotaatiotilat olemassa, mutta niillä on eri statistiset painot. Jos ainoastaan yhdellä parilla identtisiä atomiytimiä on  $I_n \neq 0$ , tiedetään, että symmetristen ja antisymmetristen tilojen suhde on  $(I_n + 1)/I_n$  tai  $I_n/(I_n + 1)$  riippuen siitä, onko kyseinen atomiydin bosoni vai fermioni. Statististen painojen suhteesta nähdään rotaatiospektrin piikkien intensiteettien suhde [1, 2].

### 4 IR-värähtelyspektri

#### 4.1 Aktiiviset ja inaktiiviset perusvärähdykset

Klassisen sähködynamiikan mukaan mikä tahansa atomisysteemin liike, johon liittyy sen dipolimomentin muutos, johtaa emittoitumiseen tai absorptioon. Molekyylin värähdysliikeen aikana systeemin varausjakauma muuttuu yleensä jaksollisesti. Koska harmonisen oskillaattorin approksimaation vuoksi molekyylin mikä tahansa värähdys voidaan ratkaista normaalivärähdysten summana sopivin amplitudein ja koska normaalivärähdykset ovat ainoa yksinkertainen jaksollinen liike, absorboi tai emittoi molekyyli juuri normaalivärähdysten taajuuksilla. Nämä taajuudet osuvat lähi-infrapunasäteilyn alueelle. Yleensä mitataan infrapuna-absorptiospektrejä.

Normaalivärähdyksiä, joihin liittyy dipolimomentin muutos ja jotka siten näkyvät infrapuna-absorptiospektrissä, kutsutaan IR-aktiivisiksi. Vastaavasti värähdyksiä, joissa dipolimomentti ei muutu ja jotka eivät esiinny infrapuna-absorptiospektrissä, kutsutaan IR-inaktiivisiksi. Harmonisen oskillaattorin approksimaatiossa vain perusvärähdykset  $\nu_i$  ovat aktiivisia, mikäli ehto dipolimomentin muuttumisesta to-

teutuu. IR-aktiivisia ovat myös värähdykset, joissa dipolimomentin suunta muuttuu systemin kiinteän koordinaatiston suhteen.

Epäsymmetrisillä molekyyleillä kaikkiin normaalivärähdyksiin liittyy dipolimomentin muutos, joten kaikki normaalivärähdykset ovat IR-aktiivisia. Symmetrisillä molekyyleillä voi sen sijaan olla värähdyksiä, joissa dipolimomentti ei muutu ja kyseiset normaalivärähdykset eivät näy IR-spektrissä.

Jos värähtelyjen epäharmonisuus huomioidaan, sisältävät värähtelyliikkeet myös taajuudet  $2\nu_i, 3\nu_i, \ldots$  ja lisäksi taajuudet  $\nu_i + \nu_j, \nu_i - \nu_j, 2\nu_i + \nu_j, \ldots$  Siksi IR-spektrissä perusvärähdysten lisäksi esiintyy ylivärähdyksiä ja kombinaatiovöitä, mikäli ko. vöihin liittyy dipolimomentin muutos. Kuitenkin nämä värähdykset ovat huomattavasti perusvärähdyksiä heikompia, sillä yleensä värähtelyliikkeen epäharmonisuus on hyvin heikkoa [5, 6].

#### 4.2 Kvanttikemiallinen tarkastelu

Kvanttiteoriassa IR-absorptiovöiden taajuudet määritellään niiden vibraatiotilojen energiaerona, joiden välillä siirtymä tapahtuu. Jotta saataisiin selville, mitkä siirtymät ovat mahdollisia ja mitkä ovat kyseisten siirtymien intensiteetit, on välttämätöntä laskea transitiotodennäköisyydet. Oletetaan sidosakseli x-suuntaiseksi. Alemman ja ylemmän vibraatiotilan  $\Psi_v$  ja  $\Psi_{v'}$  väliselle siirtymädipolimomentille määritellään [1, 2, 3]:

$$\overline{R}_x = \int \Psi_{v'}^* \,\overline{\mu} \,\Psi_v \,\mathrm{d}x\,,\tag{7}$$

missä  $x = (r - r_e)$  eli poikkeama sidoksen tasapainoasemasta. Dipolimomentti  $\overline{\mu}$  on nolla homonukleaarisille kaksiatomisille molekyyleille, minkä vuoksi  $\overline{R}_x = 0$  ja kaikki siirtymät värähtelytilojen välillä ovat kiellettyjä. Heteronukleaarisille kaksiatomiselle molekyylille  $\overline{\mu} \neq 0$  ja muuttuu x:n funktiona. Tämä muutos voidaan esittää Taylorin sarjakehitelmän avulla

$$\overline{\mu} = \overline{\mu}_e + \left(\frac{\partial\overline{\mu}}{\partial x}\right)_e x + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2\overline{\mu}}{\partial x^2}\right)_e x^2 + \dots$$
(8)

tasapainorakenteen suhteen. Siirtymädipolimomentti voidaan nyt kirjoittaa

$$\overline{R}_x = \overline{\mu}_e \int \Psi_{v'}^* \Psi_v \mathrm{d}x + \left(\frac{\partial \overline{\mu}}{\partial x}\right)_e \int \Psi_{v'}^* x \,\Psi_v \,\mathrm{d}x + \dots \tag{9}$$

Koska  $\Psi_v$  ja  $\Psi_{v'}$ ovat saman Hamiltonin operaattorin ominaisfunktioita, ovat ne ortogonaalisia eli

$$\int \Psi_{v'}^* \Psi_v \mathrm{d}x = 0 \tag{10}$$

$$\rightarrow \overline{R}_x = \left(\frac{\partial \overline{\mu}}{\partial x}\right)_e \int \Psi_{v'}^* x \,\Psi_v \,\mathrm{d}x + \dots \tag{11}$$

Harmoniselle värähtelijälle sarjan ensimmäinen termi on nollasta eroava vain, jos

$$\Delta v = \pm 1, \tag{12}$$

mikä antaa samalla IR-siirtymien valintasäännön.

#### 4.3 Moniatomisten molekyylien IR-spektrien tulkinta

IR- ja Raman-spektrien tulkintoja varten voidaan kehittää ajatusmalli puhtaasti klassisen mekaniikan pohjalta. Tarkastellaan kuvan 2 kolmen massapisteen systeemiä, jossa massapisteet on yhdistetty toisiinsa massattomilla identtisillä jousilla. Liike systeemissä tapahtuu massakeskipisteiden läpi kulkevaa suoraa pitkin, joten rotaatioliike sekä muihin suuntiin tapahtuva liike jätetään kokonaan pois tarkastelusta. Tarkastelussa esiintyvät koordinaatit  $x_1$ ,  $x_2$  ja  $x_3$  ilmaisevat massapisteiden suhteelliset siirtymät. Ne eivät mittaa massapisteiden etäisyyttä jostain yhteisestä origosta, vaan koordinaatit ovat siirtymiä kunkin massapisteen oman tasapainoaseman suhteen. Oletetaan, että vaikuttava "jousivoima" on suoraan verrannollinen siirtymään (Hooken laki).



Kuva 2: Kolmen massapisteen M-m-M systeemi, jossa massapisteet on yhdistetty identtisillä massattomilla jousilla.

Tarkasteltavan systeemin (kuva 2) potentiaalienergia V ja kineettinen energia T voidaan kirjoittaa voimavakion f ja nopeuden  $\dot{x}_i = \partial x_i / \partial t \quad \forall i = 1, 2, 3$  avulla:

$$2V = f(x_2 - x_1)^2 + f(x_3 - x_2)^2$$
  

$$2T = M\dot{x}_1^2 + m\dot{x}_1^2 + M\dot{x}_3^2.$$
(13)

Klassinen liikeyhtälö massapisteelleivoidaan kirjoittaa

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i}) + \frac{\partial V}{\partial x_i} = 0.$$
(14)

Käyttämällä T:n ja V:n lausekkeita yhtälöissä (13) saadaan kunkin massapisteen liikeyhtälö kirjoitettua:

$$\begin{aligned}
M\ddot{x}_{1} + & f(x_{2} - x_{1}) &= 0 \\
m\ddot{x}_{2} + & f(2x_{2} - x_{1} - x_{3}) &= 0 \\
M\ddot{x}_{3} + & f(x_{3} - x_{1}) &= 0.
\end{aligned}$$
(15)

Yhtälöryhmälle etsitään ratkaisua muodossa  $x_i = A_i^0 \cos(\sqrt{\lambda t} + \epsilon)$ , missä  $A_i^0$  on liikkeen  $x_i$  amplitudi,  $\lambda = 4\pi^2 \nu^2$ , t on aika ja  $\epsilon$  on vaihekulma. Sijoittamalla yrite yhtälöryhmään (15) saadaan kolmen yhtälön ja tuntemattoman yhtälöryhmä:

$$(f - M\lambda)A_1^0 - fA_2^0 = 0 -fA_1^0 (2f - m\lambda)A_2^0 - fA_3^0 = 0 -fA_2^0 (f - M\lambda)A_3^0 = 0.$$
 (16)

Yhtälöryhmällä on triviaaliratkaisun lisäksi muita ratkaisuja, kun determinantti

$$\begin{vmatrix} (f - M\lambda) & -f & 0 \\ -f & (2f - m\lambda) & -f \\ 0 & -f & (f - M\lambda) \end{vmatrix} = 0.$$
 (17)

Kehittämällä determinantti auki saadaan yhtälö

$$(f - M\lambda)(mM\lambda - 2fM - fm)\lambda = 0, \qquad (18)$$

mistä ratkaisuna saadaan kolme juurta

$$\lambda_1 = \frac{f}{M}$$
$$\lambda_2 = \frac{f(2M+m)}{Mm}$$
$$\lambda_3 = 0.$$

Kaksi saadusta värähtelytaajuuksista on nollasta eroavia eli aitoja värähdyksiä. Kolmas värähtelytaajuus on suuruudeltaan nolla ja sitä kutsutaan epäaidoksi värähdykseksi. Kolmannen värähtelytajuuden luonne tulee esille, kun tarkastellaan massapisteiden liikkeiden suhteellisia amplitudeja. Sijoittamalla ensimmäinen normaalitaajuus  $\lambda_1$  yhtälöryhmään (16) ja ratkaisemalla amplitudit saadaan:

$$A_1^0 = A_1^0, A_2^0 = 0, A_3^0 = -A_1^0$$
$$A_1^0 : A_2^0 : A_3^0 = 1 : 0 : -1$$



Kuva 3: Kuvan 2. mukaisen systeemin venytysvärähtelyt.

Amplitudisuhde määrittelee nk. symmetrisen venytysvärähtelyn, ks. kuva 3.

Vastaavasti sijoittamalla  $\lambda_2$ saadaan amplitudien suhteiksi

$$A_1^0: A_2^0: A_3^0 = m: -2M: m, (19)$$

mikä kuvaa epäsymmetristä venytysvärähtelyä (kuva 3).

Viimeinen tapaus, epäaito värähdys, antaa amplitudien suhteeksi

$$A_1^0: A_2^0: A_3^0 = 1: 1: 1, (20)$$

joka tarkoittaa translaatioliikettä sidoksen suuntaan eikä kyseessä siten ole aito värähdys.

Huomataan, että puhtaasti klassisella tarkastelulla saadaan kaksi systeemin neljästä ominaistaajuudesta sekä kyseisten värähtelyjen amplitudit. Saadut amplitudit riippuvat sekä f:stä että kappaleiden massoista. Kun ratkaisu tehdään karteesisissa koordinaateissa, sisältää ratkaisu aina epäaitoja värähdyksiä.

## 4.4 Lineaarisen XY<sub>2</sub>-tyyppisen molekyylin ominaisvärähtelyjen laskeminen karakteritaulukon perusteella

Moniatomisen molekyylin ominaisvärähtelyt voidaan laskea karakteritaulukon perusteella. Ohessa on laskettu esitys lineaarisen molekyylin  $XY_2$  värähdyksille

$D_{\infty h}$	E	$2C^{\phi}_{\infty}$		$\infty \sigma_v$	i	$2S^{\phi}_{\infty}$		$\infty C_2$	
$\Sigma_g^+$	1	1		1	1	1		1	$x^2 + y^2, z^2$
$\Sigma_g^-$	1	1		-1	1	1		-1	$R_z$
$\Pi_g$	2	$2\cos\phi$		0	2	$-2\cos\phi$		0	$(R_x, R_y) (xz, yz)$
$\Delta_g$	2	$2\cos\phi$		0	2	$2\cos\phi$		0	$(x^2 - y^2, xy)$
			• • •		•••		•••		
$\Sigma_u^+$	1	1		1	-1	-1		-1	z
$\Sigma_u^-$	1	1		-1	-1	-1		1	
$\Pi_u$	2	$2\cos\phi$		0	-2	$2\cos\phi$		0	(x,y)
$\Delta_u$	2	$2\cos\phi$		0	-2	$-2\cos\phi$		0	
						•••			

Taulukko 1: Pisteryhmän  $D_{\infty h}$  karakteritaulukko

Molekyyli XY<sub>2</sub> on lineaarinen molekyyli, jolla on inversiokeskus ja se kuuluu pisteryhmään  $D_{\infty h}$ . Taulukossa 1 on esitetty kyseisen pisteryhmän karakteritaulukko.

IR-spektroskopiassa tärkeitä kantavektoreita ovat karteesisiset koordinaatit. Ratkaistaan nyt 3N:n karteesisen koordinaatin generoima pelkistyvä esitys atomikannan esityksen ja karteesisten koordinaattien esitysten summan tulona. Atomikannan ja karteesisten koordinaattien esitykset,  $\Gamma^N$  ja  $\Gamma^x$ ,  $\Gamma^y$ ,  $\Gamma^z$ , saadaan tarkastelemalla symmetriaoperaatioissa säilyviä kantavektoreita. Siis symmetriaoperaation pelkistyvän esityksen karakteri on ko. operaatiossa säilyvien vektoreiden määrä. Alla on karakteritaulukon perusteella saadut pelkistyvät esitykset atomikannalle ja karteesisten koordinaattien summalle sekä 3N:lle karteesisten koordinaattien generoimalle esitykselle.

$D_{\infty h}$	E	$2C^{\phi}_{\infty}$	$\infty \sigma_v$	i	$2S^{\phi}_{\infty}$	$\infty C_2$
$\Gamma^{xyz} = \Gamma^x + \Gamma^y + \Gamma^z$	3	$1+2\cos\phi$	1	-3	$-1+2\cos\phi$	-1
$\Gamma^N$	3	3	3	1	1	1
$\Gamma^{3N} = \Gamma^N \otimes \Gamma^{xyz}$	9	$3(1+2\cos\phi)$	3	-3	$-1+2\cos\phi$	-1

Koska tarkasteltava molekyyli on lineaarinen, sillä on 3N - 5 normaalivärähdystä.  $\Gamma^{3N}$  esityksestä on siis vielä vähennettävä translaatioliikettä vastaavat koordinaatit  $\Gamma^{x,y,z}$  sekä **kaksi** rotaatiovapausastetta  $R_x$  ja  $R_y$ . Molekyylin lineaarisuuden vuoksi yksi symmetria- ja samalla pyörimisakseleista kulkee atomiytimien kautta. Kyseinen akseli on sopimuksen mukaan z-akseli ja pyörimistä sen suhteen ei voida määritellä. Tämän vuoksi  $\Gamma^{3N}$  esityksestä ei vähennetä kuin rotaatiot x- ja y-akseleiden suhteen.

$D_{\infty h}$	E	$2C^{\phi}_{\infty}$	$\infty \sigma_v$	i	$2S^{\phi}_{\infty}$	$\infty C_2$
$\overline{\Gamma^{3N-5} = \Gamma^{3N} - \Gamma^{x,y,z} - \Gamma^{R_x,R_y}}$	4	$2 + 2\cos\phi$	2	-2	$-2\cos\phi$	0

Molekyylin XY<sub>2</sub> värähtelyjen pelkistyvä esitys $\Gamma^{3N-5}$ voidaan kirjoittaa pelkistymättömien esitysten summana:

$D_{\infty h}$	E	$2C^{\phi}_{\infty}$		$\infty \sigma_v$	i	$2S^{\phi}_{\infty}$	 $\infty C_2$	
$\Sigma_g^+$	1	1		1	1	1	 1	
$\Sigma_u^+$	1	1		1	-1	-1	 -1	z
$\Pi_u$	2	$2\cos\phi$		0	-2	$2\cos\phi$	 0	(x, y)
$\Gamma^{3N-5}$	4 2	$2+2\cos\phi$	5	2	-2	$2\cos\phi$	 0	

Näin saadaan esitys lineaarisen molekyylin $\mathrm{XY}_2$ normaalivärähtelyille:

$$\Gamma^{3N-5} = \Sigma_g^+ + \Sigma_u^+ + \Pi_u \,, \tag{21}$$

missä  $\Sigma_g^+$  on symmetrinen venytysvärähtely,  $\Sigma_u^+$  on epäsymmetrinen venytysvärähtely ja  $\Pi_u$  on kahdesti degeneroitunut tasosta taivutus. Saatiin siis neljä normaalimoodia, ks kuva 4.



Kuva 4: Lineaarisen molekyylin XY<sub>2</sub> neljä normaalivärähdystä. Karakteritaulukon perusteella voidaan myös päätellä, että saaduista normaalivärähdyksistä IRaktiivisia ovat  $\Sigma_u^+$  ja  $\Pi_u$  ja Raman-aktiivinen on  $\Sigma_g^+$ -värähdys.

### 5 Rotaatio-vibraatiospektroskopia

Tähän saakka on molekyylin rotaatiota ja vibraatiota käsitelty erikseen. Luonnollisesti rotaatiota voi esiintyä yhtä aikaa vibraation kanssa ja rotaatio aiheuttaa tällöin IR-spektriin hienorakennetta. Jos hienorakenne saadaan erottumaan selvästi, voidaan sitä tarkastelemalla saada hyvin tarkkaa ja luotettavaa tietoa molekyylien rakenteesta. Kyseisestä hienorakenteesta voidaan määrittää molekyylin hitausmomentit, sen atomiytimien väliset etäisyydet ja sidoskulmat. Kaikki tämä tieto saadaan useissa tapauksissa huomattavasti tarkemmin kuin muilla menetelmillä. Rotaatiosiirtymät havaitaan vain kaasumaiselle näytteelle alhaisessa paineessa.

Ensimmäisenä approksimaationa samanaikaisesti pyörivän ja värähtelevän lineaarisen molekyylin energian oletetaan olevan vibraatio- ja rotaatio-energian summa,  $E = E_v + E_r$ , [yhtälöt (1) ja (4)]. Värähtelyn ja rotaation vuorovaikutus näkyy erityisesti rotaatiovakion *B* riippuvuutena siitä, minkä värähtelytilan rotaatiotiloista on kysymys:

$$B_v = B_e - \alpha (v + \frac{1}{2}).$$

$$\tag{22}$$

 $B_e$  vastaa alimman vibraatiotilan v = 0 rotaatiovakiota,  $\alpha_e$  on vakio ja v on vibraatiokvanttiluku. Kutakin vibraatiotilaa vastaa siis joukko rotaatiotiloja, joiden väliset energiaerot riippuvat siitä mihin vibraatiotilaan ne liittyvät.

Rotaatio-vibraatiospektrejä tarkasteltaessa hyvänä approksimaationa voidaan olettaa, että valintasäännöt puhtaille vibraatio- ja rotaatiosiirtymille eivät muutu rotaation ja vibraation kytkeytymisestä huolimatta. Rotaatiosiirtymän valintasääntö kahden vibraatiotilan rotaatiotilojen välillä on

$$\Delta J = \pm 1 \tag{23}$$

antaen spektrivyöhön R-haaran ( $\Delta J = +1$ ) ja P-haaran ( $\Delta J = -1$ ). Siirtymät merkitään R(J) ja vastaavasti P(J), missä J on siirtymän lähtötason J-arvo. Siirtymä ( $\Delta J = 0$ ) on puhdas värähtelysiirtymä ja yleensä kielletty. On kuitenkin olemassa molekyylejä, esim. NO, joiden spektrissä kyseinen Q-haara esiintyy.

Spektrivyöt eivät ole aivan symmetrisiä, vaan R-haarassa spektripiikkien väli kapenee ja P-haarassa väli levenee eli spektrivyössä voidaan havaita ns. harmonikkaefekti, ks. kuva 5. Ilmiö johtuu siitä, että rotaatiovakio riippuu vibraatiotilasta.



Kuva 5: H<sup>35</sup>Cl:n ja H<sup>37</sup>Cl:n  $v=1 \leftarrow 0$ IR-spektrisiirtymät, joissa on näkyvissä rotaatiohienorakenne.

### 6 FTIR-laitteista

Radio- ja mikroaaltojen havaitsemiseen on olemassa detektoreja, jotka riittävän nopeasti vastaavat säteilyn alhaiseen taajuuteen ja tallentavat suoraan ajasta riippuvat spektrit. Infrapunasäteilyn, kuten myös näkyvän valon alueen ja ultraviolettisäteilyn, taajuudet ovat kuitenkin niin korkeita, että säteilyn mittaaminen samalla tavalla ei ole mahdollista.



Kuva 6: FTIR-spektrometri.

Korkean taajuuden alueella käytetään tavanomaisen dispergoivan elementin tilalla interferometria ja spektri mitataan pikemminkin etäisyyden kuin taajuuden funktiona. Koska kyseistä tekniikkaa on käytetty enimmäkseen keski- ja lähiinfrapuna-alueella, kutsutaan laitetta FTIR-spektrometriksi (Fourier Transform Infrared Spectrometer), ks. kuva 6. Laite voidaan kuitenkin helposti muuttaa toimimaan näkyvän ja UV-valon alueella. Interferometrin avulla tuotettu signaali ei anna säteilyn intensiteettiä taajuuden funktiona. Prosessia, jossa ajan suhteen mitatusta spektristä saadaan taajuuden suhteen ilmoitettu spektri, kutsutaan Fourierin muunnokseksi. Fourierin muunnoksen suorittaminen on matemaattisesti hyvin vaativa toimenpide ja yleensä siihen tarvitaan tietokone.

FTIR-spektrometrin sydän on Michelsonin interferometri (kuva 7). S on säteilylähde, josta säteily kulkee säteenjakajalle BS. Säteenjakaja on puoliläpäisevä- ja puoliheijastavapinta, josta toinen säde heijastuu liikkuvalle peilille  $M_1$  ja edelleen säteenjakajan läpi detektorille D. Toinen säde kulkee säteenjakajan läpi, heijastuu kiinteästä peilistä  $M_2$  ja edelleen säteenjakajan kautta detektorille D. Detektorille tulevat säteiden interferenssi riippuu säteiden kulkeman matkan erosta. Välimatkaa pystytään säätelemään liikkuvan peilin avulla. Detektoitu interferogrammi on intensiteettijakauma liikkuvan peilin etäisyyden funktiona. Intreferogrammi Fourier-muunnetaan taajuusesitykseen PC:n avulla.



Kuva 7: Michelsonin interferometri.

FTIR-spektrometrin etuna on sen kyky detektoida leveitä säteilykaistoja eli suuria aallonpituusalueita koko ajan. Interferogrammiin voidaan kerätä muutama tuhat pistettä ja mittaus kestää alle sekunnin. Näin ollen pystytään keräämään useita spektrejä, jolloin signaali-kohinasuhde paranee. Tavallisessa dispersiivisessä spektrometrissä pystytään kullakin ajanhetkellä havaitsemaan vain kapea aallonpituuskaista, jonka prisma tai hila päästää detektorille. tällöin mittaus kestää kauemmin eikä siten voida kerätä niin montaa spektriä kuin FTIR-laitteella. Toinen FTIRspektrometrin etu on, ettei siinä tarvita resoluutiota rajoittavaa rakoa, vaan resoluution määrää liikkuvan peilin kulkema matka. Raon puuttumisen vuoksi FTIRlaitteen läpi menee enemmän energiaa ja tästä seuraa, että laite on perinteistä spektrometria herkempi ja sillä voidaan mitata myös heikosti läpäiseviä näytteitä. Kolmas etu on FTIR-laitteiden hyvä aallonpituustarkkuus, koska niissä on sisäänrakennettu He-Ne-laser interferometrin "kalibrointia" varten.

### 7 Työn suoritus ja tulosten käsittely

 Mitataan FTIR-spektri ilman hiilidioksidille fysikaalisen kemian oppilaslaboratorion FTIR-laitteella. Käyttöohjeet löytyvät laitteen vierestä. FTIRspektri mitataan ilman näytekyvettiä suoraan ilman hiilidioksidista. Pidä näytetilan luukkua hetki auki tai puhalla sinne ennen mittausta. Koska näytekyvettiä ei ole, spektri mitataan taustasta [Instrument → Scan Background]. Totea, että laitteen erotuskyky ei ole riittävä rotaatiorakenteen erottumiseen.

 $CO_2$ :n korkean erotuskyvyn spektrin saat näkyviin Desktop-kuvakkeesta hiilidioksidin FTIR-spektri. Tulosta spektri [File  $\rightarrow$  Print]. Rotaatiohienorakenteen tarkastelemiseksi suurenna hiilidioksidin spektrivyö 2500–2250 cm<sup>-1</sup>: Rajaa alue hiirellä ja klikkaa sen sisään. Ctrl+Q skaalaa spektrin näytölle sopivaksi. Alapalkin valkoista osaa tuplaklikkaamalla saat koko spektrin näkyviin. Piikkien aaltolukuarvot saat näkyviin valitsemalla Analyze  $\rightarrow$  Find Peaks. Voit säätää haluttujen piikkien määrää siirtämällä vaakaviivan paikkaa ja herkkyyttä (Sensitivity). Tulosta rajattu spektri.

Klikkaamalla Replace-nappia pääset uudelleenrajaamaan spektriä. Rajaa nyt samasta spektrivyöstä vain P-haara, hae piikkien lukuarvot ja tulosta spektri. Voit verrata spektriä matalamman erotuskyvyn spektriin.

- 2. Tulkitaan kokeellinen spektri:
  - Tunnistetaan ilman vesihöyryn aiheuttamat spektrivyöt.
  - Identifioidaan hiilidioksidin normaalimoodit spektristä ja perustellaan mahdolliset puuttuvat spektrivyöt.
- 3. Tarkastellaan hiilidioksidin normaalivärähdyksiä. Mallita hiilidioksidimolekyyli (geometrian optimointi ja värähdysmoodien lasku) Spartan-ohjelmalla aineopintojen mallitustyöohjeen mukaisesti käyttäen parasta kantajoukkoa.

Verrataan kokeellista spektriä *ab initio* -menetelmin laskettuun spektriin. Havaitaan värähtelyspektrien vastaavuus.

- 4. Tarkastellaan rotaatiohienorakennetta:
  - Perustellaan havaittu "harmonikkaefekti" laskuin.
  - Etsitään selitys [1, 2] molekyylin taivutusta tasosta kuvaavassa spektrivyössä esiintyvälle "kielletylle siirtymälle"  $\Delta J = 0$ .
  - Lasketaan hiilidioksidin sidospituus rotaatiohienorakenteesta ja verrataan saatua arvoa kirjallisuusarvoon.

### Viitteet

- J. M. Hollas, *Modern Spectroscopy*, 3<sup>rd</sup> Ed., (John Wiley & Sons, Chichester 1997).
- [2] P. W. Atkins ja R. S. Friedman, *Molecular Quantum Mechanics*, 3<sup>rd</sup> Ed. (Oxford University Press, Oxford 1997).
- G. Herzberg, Molecular Spectra and molecular Structure I. Spectra of Diatomic Molecules, 2<sup>nd</sup> Reprint Edition (Krieger, Malabar 1989).
- [4] G. Herzberg, Molecular Spectra and molecular Structure II. Infrared and Raman spectra of Polyatomic Molecules, (Nostrand Reinhold, New York 1945).
- [5] B. Schrader, Infrared and Raman Spectroscopy: Methods and Applications, (VCH, Weinheim 1995).
- [6] L. A. Woodward, Introduction to the Theory of Molecular Vbrations and Vibrational Spectroscopy, (Clarendon Press, Oxford 1972).