

Approksimati 1A
Hörsöföreläsning 3

1/2

1) $u = (u_1, u_2, u_3) \perp v = (2, -3, 6)$

$\Leftrightarrow (u|v) = 2u_1 - 3u_2 + 6u_3 = 0$

$\Leftrightarrow u_1 = \frac{3}{2}u_2 - 3u_3$

$\Leftrightarrow u = (\frac{3}{2}u_2 - 3u_3, u_2, u_3)$

$\Leftrightarrow u = (\frac{3}{2}t - 3s, t, s) \quad (t, s \in \mathbb{R})$

$\Leftrightarrow u = (\frac{3}{2}t, t, 0) + (-3s, 0, s)$

$\Leftrightarrow u = t(\frac{3}{2}, 1, 0) + s(-3, 0, 1)$

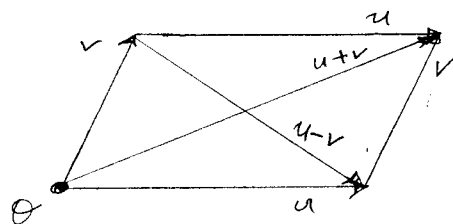
$\Leftrightarrow u = \langle w, x \rangle$, kun $w = (\frac{3}{2}, 1, 0)$ ja $z = (-3, 0, 1)$

Selvästi w ja z ovat lin. vektorit, joten $\langle w, x \rangle$ on 2-ulotteinen tasot.

2) Lasketaan yhtälön vasen puoli auki:

$$\begin{aligned} \|u+v\|^2 + \|u-v\|^2 &= (u+v|u+v) + (u-v|u-v) = \\ &= (u|u) + (u|v) + (v|u) + (v|v) + (u|u) - (u|v) - (v|u) + (v|v) = \\ &= \|u\|^2 + \|v\|^2 + \|u\|^2 + \|v\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2. \end{aligned}$$

Kun suunnikkaan viereiset sivut ovat u ja v , niin vastakkaiset sivut ovat ne samat. Kallakidit ovat $u+v$ ja $u-v$.



Tuloksen mukaan suunnikkaassa kallekidijöitten pituuksien neliosumma on yhtösuuri kuin sivujen (kallekien ueljen) pituuksien neliosumma. Sivöi nimitys.

3) Vektorin v suunnainen yksikövektori on 2/2

$$e = \frac{1}{\|v\|} v = \frac{1}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2}} v = \frac{1}{7} (2, -3, 6).$$

Vektorin $u = (x, y, z)$ projektio on

$$\begin{aligned} u_v &= (u|e)e = \frac{1}{7}(2x - 3y + 6z) \cdot \frac{1}{7}(2, -3, 6) \\ &= \frac{1}{49}(4x - 6y + 12z, -6x + 9y - 18z, 12x - 18y + 36z) \end{aligned}$$

Tämä on sama kuin lin. kuvausten kuvaus $L(x, y, z)$.

Jatkoluonto: Vektorit v on sama kuin tehtävässä 1. Siten $L(u) = L(x, y, z) = 0$ täsmälleen silloin kun $2x - 3y + 6z = 0$ eli kun $u \perp v$. Näin ollen tehtävän 1 tulos on sama kuin Lin ydin $\text{Ker}(L)$.