Approbatur 1 B
Harjoitusmalli 2

1) $g(x)=\sqrt{x-1}$, $(f\circ g)(x)=\dfrac{1}{x-2}$.

Merkitään $y=\sqrt{x-1}$. Silloin $x-1=y^2$ eli $x=y^2+1$.
Nyt
$$f(y)=f(g(x))=\frac{1}{x-2}=\frac{1}{y^2+1-2}=\frac{1}{y^2-1}$$

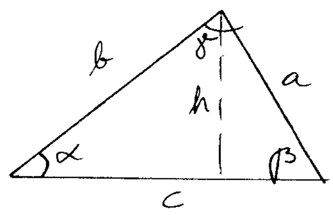
eli $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$.

$g(x)$ on määritelty, kun $x-1\geq 0$ eli $x\geq 1$,
$f(x)$ " –"– , " $x^2-1\neq 0$ eli $x\neq\pm 1$.
$(f\circ g)(x)$ " –"– , " $x\geq 1$ ja $g(x)\neq\pm 1$
eli $x\geq 1$ ja $x\neq 2$.

2) Koska $p(a)=a^3-a^3=0$, niin $p(x)$ on jaollinen $(x-a)$:lla. Jaettuna
$$p(x)=(x-a)(x^2+ax+a^2).$$
Jos $a=0$, niin $p(x)=(x-a)x^2$.
Kun $a\neq 0$, niin
$$x^2+ax+a^2=0 \iff x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4a^2}}{2}=\frac{-a\pm\sqrt{-3a^2}}{2},$$
ei siis reaalisia ratkaisuja. Siten
$$p(x)=(x-a)(x^2+ax+a^2)$$
on nyt tekijöihinjako.

[Lisäys: Kompleksialueella olisi
$$p(x)=(x-a)\left(x-\frac{a+|a|\sqrt{3}\,i}{2}\right)\left(x+\frac{a+|a|\sqrt{3}\,i}{2}\right).]$$

3) Kuvan mukaisesti



$\sin\alpha=\dfrac{h}{b}$ ja $\sin\beta=\dfrac{h}{a}$

Siten $\dfrac{\sin\alpha}{a}=\dfrac{h}{ab}=\dfrac{\sin\beta}{b}$.

Tarkastelemalla toista korkeusjanaa saadaan suhteelle $\dfrac{\sin\gamma}{c}$ sama arvo.

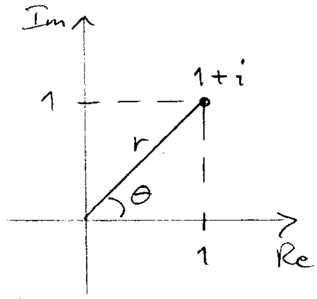
4) a) $(1+i)^5 = (1+i)^2(1+i)^2(1+i) =$

$= (1+2i+i^2)(1+2i+i^2)(1+i) =$

$= (1+2i-1)(1+2i-1)(1+i) =$

$= 2i \cdot 2i(1+i) = 4i^2(1+i) = 4(-1)(1+i)$

$= -4-4i.$



b) Napakoordinaatit ovat :

$r = |1+i| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$,

$\tan\theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ (1. neljännes)

Siten $1+i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

De Moivren kaavan mukaan

$(1+i)^5 = (\sqrt{2})^5\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right) =$

$= 4\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -4-4i.$