

Approbatu. 1B
Harjoitusmalli 7

1/2

1) Kun $x=0$, niin $y^2 + 0 - 0 = 9$ eli $y = \pm 3$.
 Valitaan $y = f(0) = 3$.

Impliittinen derivaatti:

$$D(y^2 + x \cosh y - \sinh^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2yy' + \cosh y + x \sinh y \cdot y' - 2 \sinh x \cosh x = 0$$

$$\Leftrightarrow (2y + x \sinh y) y' + \cosh y - 2 \sinh x \cosh x = 0$$

$$\Leftrightarrow y' = \frac{2 \sinh x \cosh x - \cosh y}{2y + x \sinh y}$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{2 \sinh x \cosh x - \cosh f(x)}{2f(x) + x \sinh f(x)} \quad (\text{kun minimij} \neq 0)$$

Sijoitetaan $x=0$ & $f(0)=3$:

$$f'(0) = \frac{2 \cdot 0 \cdot 1 - \cosh 3}{2 \cdot 3 + 0} = -\frac{1}{6} \cosh 3 \quad (\approx -1,68)$$

Kuva 1

2) $f(x)$ on määritelty, kun

$$\left| \frac{x-1}{x+1} \right| \leq 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 \leq (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \leq x^2 + 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq 4x \Leftrightarrow x \geq 0$$

Sama $g(x)$ on määritelty, kun $x \geq 0$. Molemmat ovat derivoituvia, kun $x > 0$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2}} \cdot D \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\sqrt{\frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{(x+1)^2}}} \cdot \frac{(x+1) - (x-1)}{(x+1)^2} =$$

$$= \frac{|x+1|}{\sqrt{4x}} \cdot \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{1}{\sqrt{x}(x+1)} \quad (x > 0 \Rightarrow x+1 > 0)$$

$$g'(x) = \frac{2}{1 + (\sqrt{x})^2} \cdot D \sqrt{x} = \frac{2}{1+x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} \quad (x > 0)$$

Siten $f'(x) - g'(x) = 0$ aine kun $x > 0$

Tällöin $f(x) - g(x) = c$ (vakio)

[sitten yleisesti, jos $h'(x) = 0$ aine, niin DVAL:n mukaan
 $h(x_1) - h(x_0) = h'(c)(x_1 - x_0) = 0$ eli $h(x_1) = h(x_0)$.]

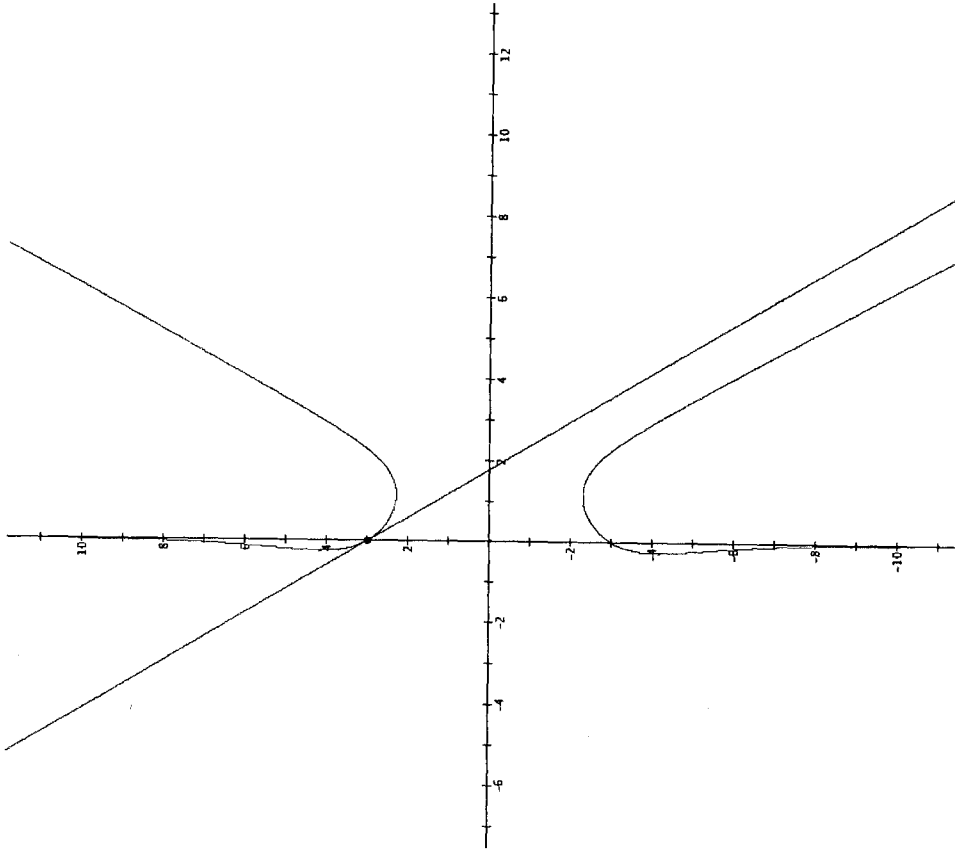
Kuva 2

Kurva 1

$y^2 + x \cosh y - \sinh^2 x = 9$

$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

$y - 3 = -\frac{1}{6}x \cosh 3$



Kurva 2

$y = \operatorname{asin} \frac{x-1}{x+1}$

$y = 2 \operatorname{atan} \sqrt{x}$

$x = (1 \text{ if } 0 < y < 2 \operatorname{atan} 1)$

$x = \left(3 \text{ if } \operatorname{asin} \frac{1}{2} < y < \operatorname{asin} \frac{1}{2} + 2 \operatorname{atan} 1 \right)$

$x = \left(5 \text{ if } \operatorname{asin} \frac{2}{3} < y < \operatorname{asin} \frac{2}{3} + 2 \operatorname{atan} 1 \right)$

