

**Talousmatematiikka**

- aritmeettinen jono  
 $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$
- aritmeettinen summa  
 $S_n = n \frac{a_1 + a_n}{2}$
- geometrinen jono  
 $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
- geometrinen summa  
 $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$
- kasvanut pääoma  
 $K_n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \cdot k$      $k$ =alkuperäinen pääoma  
 $p$ =korkokanta (% /korkojakso)  
 $n$ =korkojaksojen lkm
- annuiteetti  
 $A = \frac{N(1+\frac{p}{100})^n \frac{p}{100}}{(1+\frac{p}{100})^n - 1}$      $N$ =lainan määrä  
 $p$ =korkoprosentti (% /vuosi)  
 $n$ =lyhennysten lkm  
 $A$ =tasaerä eli annuiteetti

**Derivointi**

- $D(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$     tulon derivaatta
- $D\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$ ,  $g(x) \neq 0$     osamäärän derivaatta
- $D(g(f(x))) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$     yhdistetyn funktion derivaatta
- $D(x^r) = rx^{r-1}$ ,  $r \in \mathbb{R}$
- $D \ln x = \frac{1}{x}$ ,  $x > 0$
- $D \sin x = \cos x$
- $D \cos x = -\sin x$
- $D e^x = e^x$

**Integrointi**

- $\int x^r dx = \frac{1}{r+1}x^{r+1} + C$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ,  $r \neq -1$ ,  $C \in \mathbb{R}$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$
- $\int \sin x dx = -\cos x + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$
- $\int \cos x dx = \sin x + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$
- $\int e^x dx = e^x + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$
- $\int f'(x) \cdot g(f(x)) dx = g(f(x)) + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$     yhdistetyn funktion  
 derivointikaavasta johdettu integrointi
- $\int f'(x) \cdot g(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) dx$     osittaisintegrointi

### Kahden muuttujan funktiot

$$D(x, y) = f_{xx}(x, y) \cdot f_{yy}(x, y) - [f_{xy}(x, y)]^2$$

- Jos  $D(x, y) > 0$  ja  $f_{xx}(x, y) < 0$ , funktiolla  $f$  on pisteessä  $(x, y)$  lokaali maksimi.  
 Jos  $D(x, y) > 0$  ja  $f_{xx}(x, y) > 0$ , funktiolla  $f$  on pisteessä  $(x, y)$  lokaali minimi.  
 Jos  $D(x, y) < 0$ , funktiolla on pisteessä  $(x, y, f(x, y))$  satulapiste.  
 Jos  $D(x, y) = 0$ , piste  $(x, y)$  voi olla lokaali maksimi- tai minimikohta tai satulapiste