MATEMATIIKAN PERUSKURSSI (MATY020) – KAAVAKOKOELMA 2007

Jonot ja korkolaskut

- aritmeettinen jono
  $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$
- aritmeettinen summa
  $S_n = n\frac{a_1 + a_n}{2}$
- geometrinen jono
  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
- geometrinen summa
  $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$
- kasvanut pääoma
  $K_n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \cdot k$ k=alkuperäinen pääoma
  p=korkokanta (% /korkojakso)
  n=korkojaksojen lkm
- annuiteetti
  $A = \frac{N\left(1+\frac{p}{100}\right)^n \frac{p}{100}}{\left(1+\frac{p}{100}\right)^n - 1}$ N=lainan määrä
  p=korkoprosentti (% /vuosi)
  n=lyhennysten lkm
  A=tasaerä eli annuiteetti

Matriisilaskenta

- $x_j = \frac{|A_j|}{|A|}$ Cramerin sääntö

Derivaatta

- $D(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ tulon derivaatta
- $D\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$, $g(x) \neq 0$ osamäärän derivaatta
- $D(g(f(x)) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$ yhdistetyn funktion derivaatta
- $D(x^r) = rx^{r-1}$, $r \in \mathbb{R}$
- $D \ln x = \frac{1}{x}$, $x > 0$
- $D \sin x = \cos x$
- $D \cos x = -\sin x$
- $De^x = e^x$
- $f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$

Integraali

- $\int x^r \, dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C \ , \ r \in \mathbb{R} \ , \ r \neq -1 \ , \ C \in \mathbb{R}$
- $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C \ , \ C \in \mathbb{R}$
- $\int \sin x \, dx = -\cos x + C \ , \ C \in \mathbb{R}$
- $\int \cos x \, dx = \sin x + C \ , \ C \in \mathbb{R}$
- $\int e^x \, dx = e^x + C \ , \ C \in \mathbb{R}$
- $\int f'(x) \cdot g'(f(x)) \, dx = g(f(x)) + C \ , \ C \in \mathbb{R}$
- $\int f'(x) \cdot g(x) \, dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) \, dx$ osittaisintegrointi
- $\int f(x)dx = \int f(x(t)) \cdot x'(t)dt$ integrointi sijoituksen avulla
- $\int_a^b f(x)dx = \int_{t(a)}^{t(b)} f(x(t)) \cdot x'(t)dt$ integrointi sijoituksen avulla
- $A = \int_a^b \left(f(x) - g(x) \right) dx \ , \ f(x) \geq g(x)$ funktioiden väliin jäävä pinta-ala

Kahden muuttujan funktiot

- $f_x(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$ ja $f_y(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$ osittaisderivaatat
- Kriittisten pisteiden laatu:

$D(x, y) = f_{xx}(x, y) \cdot f_{yy}(x, y) - [f_{xy}(x, y)]^2$

Jos $D(x, y) > 0$ja$f_{xx}(x, y) < 0$,	funktiolla f on pisteessä (x, y) lokaali maksimi.
Jos $D(x, y) > 0$ja$f_{xx}(x, y) > 0$,	funktiolla f on pisteessä (x, y) lokaali minimi.
Jos $D(x, y) < 0$,	funktiolla on pisteessä $(x, y, f(x, y))$ satulapiste.
Jos $D(x, y) = 0$,	piste (x, y) voi olla lokaali maksimi- tai minimikohta tai satulapiste

Muita peruskaavoja

- $ax^2 + bx + c = 0$
  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ toisen asteen yhtälön ratkaisukaava
- $\ln x = y \Leftrightarrow e^y = x$ luonnollinen logaritmi
- $\ln(x^r) = r \ln x$