

1. Määrittää funktion

$$f(x, y) = x^3y^2 - (x + 1)^2$$

kaikki ensimmäisen ja toisen kertaluvun osittaisderivaatat.

2. Määrittää edellisen tehtävän funktion  $f$  kriittiset pisteet ja lokaalit ääriarvot. Laske lisäksi arvo  $f(1, 3)$ . Onko tehtävän 1 funktiolla suurinta tai pienintä arvoa?

3. Selvitä, onko funktiolla

$$f(x, y) = xy - x + y$$

lokaaleja ääriarvoja.

4. Määritä funktion

$$f(x, y) = x^2 + \frac{y^3}{3} - 2xy - 3y + 10$$

kriittiset pisteet ja lokaalit ääriarvot.

5. Ratkaise vakio  $a$ , kun tiedetään, että kohta  $(0, 1)$  on funktion

$$f(x, y) = (x^2 - 1)(ay^2 - y)$$

kriittinen piste. Onko  $f(0, 1)$  funktion  $f$  lokaali ääriarvo?

6. Kaupan tulot  $R$  (tuhatta euroa) riippuvat myyjien määrästä  $x$  ja kaupan varaston arvosta  $y$  (tuhatta euroa) noudattaen funktiota

$$R(x, y) = 2600 - x^2 + 24x - y^2 + 80y.$$

Laske se myyjien määrä ja varaston arvo, jolla myyntitulot ovat mahdollisimman suuret.

7. Määrittää funktion

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy$$

pienin arvo, kun muuttujia  $x$  ja  $y$  sitoo ehto  $2x + y = 22$ .

8. Erään tehtaan tuotantomäärä riippuu työvoimaan ja laitteistoon investoiduista pääomista seuraavasti: jos tehdas on investoinut työvoimaan  $x$  tuhatta euroa ja laitteistoon  $y$  tuhatta euroa, niin tuotantomäärän  $Q$  (tonnia) ilmoittaa funktio

$$Q(x, y) = 60 \cdot \sqrt[3]{xy^2}.$$

Laske, kuinka 120 000 euron budjetti olisi jaettava näiden tuotantotekijöiden kesken, jotta tehtaan tuotanto olisi mahdollisimman suuri.

9. Lue tenttijän muistilista [www-sivulta](http://www.math.jyu.fi/ylemat/Peruskurssi/tenttijan_muistilista.html)

[http://www.math.jyu.fi/ylemat/Peruskurssi/tenttijan\\_muistilista.html](http://www.math.jyu.fi/ylemat/Peruskurssi/tenttijan_muistilista.html)

ja kuittaa se ymmärretyksi. (Tämän tehtävän myötä tehtävien yhteismääräksi tulee 75, josta 20% on 15 ja 80% on 60.)

(Tehtäviin löytyy vastauksia ohjaustehtäväpaperista.)