

Tehtävissä 1 ja 2 tarkastellaan matriiseja

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 5 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ ja } C = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

1. Laske (a) $3A - 2A^T$ (b) $2B - C^T$
(merkintä X^T tarkoittaa matriisin X transpoosia)
2. Laske (a) A^3 (eli AAA) (b) CB (c) $C^T A$
3. Ratkaise luvut x ja y yhtälöstä

$$2 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = 5 \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Tehtävissä 4 ja 5 tarkastellaan matriisia $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$.

4. Etsi sellainen matriisi $B \neq \mathbf{0}$, että AB on nollamatriisi.
5. Onko olemassa matriisia $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ siten, että $AB = I$?
(Tässä I tarkoittaa 2×2 -yksikkömatriisia.)
6. Millä luvun r arvoilla matriisitulot AB ja BA ovat samat, kun

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \text{ ja } B = \begin{bmatrix} -r & 3 \\ 4 & r \end{bmatrix}?$$

7. Laske determinantti

$$\begin{vmatrix} a+3 & a+2 & a+1 \\ a-3 & a-2 & a-1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

8. Osoita laskemalla, että

$$\begin{vmatrix} a_1 + a_2 & b_1 + b_2 \\ c_1 + c_2 & d_1 + d_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_2 \\ c_1 & d_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & b_1 \\ c_2 & d_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{vmatrix}$$

($a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, d_1$ ja d_2 saavat olla mitä tahansa reaalilukuja).