Matematiikan peruskurssi (MATY020) klo 8:30-10 MaD 302
Harjoitus 6 to 26.2.2009 klo 14-16 MaD 302
klo 18:00-20 MaD 259

1. Laske derivaatan määritelmää käyttäen $f'(2)$, kun $f(x) = (2x+1)^2$. Tarkista tulos derivoimissääntöjen avulla.

(*Vihje:* hyödynnä kaavaa $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ erotusosamäärän raja-arvoa laskiessasi.)

2. Määrää funktion (a) $f(x) = \dfrac{3x}{x^2+2x+5}$ (b) $g(x) = -\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$, $x \neq 0$

derivaattafunktio ja laske derivaatan arvo kohdassa $x = 1$.

3. Funktioista $g\colon A \to B$ ja $f\colon B \to C$ saadaan yhdistämällä funktio $f \circ g\colon A \to C$, jonka arvot määräytyvät seuraavasti:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)), \text{ kun } x \in A.$$

Olkoot $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funktiot $f(x) = x+1$ ja $g(x) = 3-2x$. Muodosta yhdistetyt funktiot $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ ja $g \circ g$.

Tehtävissä 4–6 muodosta funktion $f(x)$ derivaatta $f'(x)$ ja toinen derivaatta $f''(x)$.

4. $f(x) = \dfrac{x^4+1}{x}$, $x \neq 0$

5. $f(x) = e^{x^2+1}$

6. $f(x) = \ln(1+e^x)$

---

7. Määritä vakioiden a ja b arvot, kun tiedetään, että funktio

$$f(x) = (ax+b)\,e^x$$

toteuttaa ehdon $f''(x) = 2x\,e^x$ kaikilla muuttujan x arvoilla.

8. Ratkaise y muuttujan x funktiona yhtälöstä

$$x^2y^3 - 6 = 5y^3 + x$$

ja laske $y'(2)$.