

1. (a) Määritä funktion

$$f(x) = e^x - e^{-x} - x + 1$$

derivaatan $f'(x)$ pienin mahdollinen arvo.

(b) Osoita kohdan (a) tuloksen avulla, että funktiolla f on täsmälleen yksi nollakohta. (Vihje: Bolzanon lause ja aito monotonisuus)

2. Määrää funktion

$$f(x) = \frac{6x^2 + 6x + 12}{x^2 + 3}$$

lokaalit ääriarvot ja niiden laatu.

3. Millä vakion a arvoilla funktiolla

$$f(x) = ax^3 + ax^2 + x + 1$$

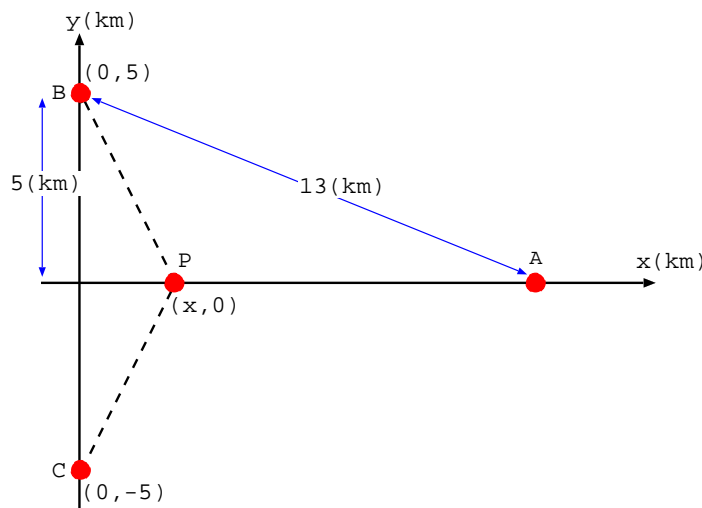
ei ole yhtään lokaalia ääriarvoa?

4. Määrää funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ kuvaajan käännepeiste (eli kohta, jossa kuvaajan kuperuus muuttaa suuntaa). Miksi kolmannen asteen polynomin kuvaajalla on aina täsmälleen yksi käännepeiste?

5. Missä kohdassa x funktio $f(x) = e^{-x^2/2}$ kasvaa nopeimmin? (Ratkaise siis derivaatan maksimikohta.) Hahmottele funktion f kuvaajaa.

6. Etäisyys paikasta A paikkoihin B ja C on kumpaankin 13 km. Paikkojen B ja C välimatka on 10 km. Paikat halutaan yhdistää toisiinsa paikasta P alkavilla suorilla tietoliikennekaapeleilla PA , PB ja PC siten, että kaapelit PB ja PC ovat samansuuruiset. Määritä tarvittavien kaapelien pienin mahdollinen yhteispituus.

(Vihje: jos paikoille B ja C valitaan kuvan mukaisesti paikkakoordinaatit $(0, \pm 5)$, niin A ja P sijaitsevat x -akselilla. Pisteet (x_1, y_1) ja (x_2, y_2) yhdistävän janan pituus on $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.)



(Tehtävä 7 kääntöpuolella)

7. Elintarvikeliike ostaa tuottajalta purkitettua lihasäilykettä hintaan 2,00 euroa/kpl. Liike myy säilykettä normaalisti hintaan 3,50 euroa/kpl. Tällä hinnalla tuotteen menekki on 75 kpl kuukaudessa. Liikkeessä suunnitellaan säilykkeen hinnan alen- tamista sen menekin kasvattamiseksi. Arvioidaan, että jokaista 10 sentin alennusta kohti tuotteen menekki kasvaa 10 kpl kuukaudessa. Mihin hintaan säilyke pitäisi myydä, jotta liike saisi mahdollisimman suuren myyntivoiton? Anna vastaus 10 sentin tarkkuudella.

Vastauksia:

1.(a) 1; **2.** 3 ja 7; **3.** $0 \leq a \leq 3$; **5.** $x = -1$; **6.** $12 + 5\sqrt{3} \approx 20,7$ km; **7.** 3,10 €/kpl

Tehtävän 7 ratkaisuun voit katsoa mallia verkkomateriaalista

http://www.math.jyu.fi/ylemat/opetusmateriaalia/perusteet/moduli_4/moduli4.10.htm