

1. Määrää sen alueen pinta-ala, jonka rajaa ylhäältä käyrä  $y = x\sqrt{4 - x^2}$  ja alhaalta  $x$ -akseli. Piirrä kuva. (Vihje: sijoitus  $t = 4 - x^2$ .)
2. Paraabeli  $y = 4x - x^2$  ja  $x$ -akseli rajaavat alueen, jonka suora  $y = x$  jakaa kahteen osaan. Osoita laskemalla, että näiden osien pinta-alojen suhde on  $27 : 37$ . Piirrä kuva.
3. Määritellään funktio  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  kaavalla

$$f(x, y) = \ln(x - y - 1).$$

Funktion määrittelyjoukko  $A$  on laajin mahdollinen tason  $\mathbb{R}^2$  osajoukko, jossa funktion lauseke on määritelty. Määrää joukko  $A$  (piirrä kuva) sekä laske funktion arvot  $f(-3, -5)$ ,  $f(2e, e - 1)$  ja  $f(4e^3 + 5, 3e^3 + 4)$ .

4. Hahmottele seuraavien funktioiden tasa-arvokäyriä (vähintään 3 tasa-arvokäyriä kullekin funktiolle):

$$(a) f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 \quad (b) g(x, y) = x + y \quad (c) h(x, y) = xy$$

5. Piirrä  $xy$ -tasoon funktion

$$f(x, y) = \frac{y + x}{y - x}$$

tasa-arvokäyrät  $f(x, y) = c$  vakion  $c$  arvoilla  $-1, 0, 1$  ja  $2$ .

6. Piirrä  $xy$ -tasoon funktion

$$f(x, y) = x^2 + y$$

tasa-arvokäyrät  $f(x, y) = c$  vakion  $c$  arvoilla  $-1, 0, 1$  ja  $2$ .

7. Määrää ensimmäisen kertaluvun osittaisderivaatat  $f_x(x, y)$  ja  $f_y(x, y)$ , kun

$$(a) f(x, y) = 4x^4 + 4x^2y^3 - y \quad (b) f(x, y) = e^{2x+3y}$$

8. Määrää ensimmäisen kertaluvun osittaisderivaatat seuraaville funktioille:

$$(a) f(x, y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2} \quad (b) g(x, y) = \frac{y}{x - y}$$

9. Määrää funktion

$$f(x, y) = xy^2 - \frac{y}{x}$$

$x$ -akselin ja  $y$ -akselin suuntaiset kasvunopeudet kohdassa  $(x, y) = (2, -1)$

[Vastaus:  $0,75$  ja  $-4,5$ ]