

Tehtävissä 1 ja 2 tarkastellaan seuraavia matriiseja:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 2 \\ 10 & -2 \end{bmatrix} \text{ ja } C = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 9 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

1. a) Laske $3A - 2A^T$ b) $2B - C^T$
2. a) A^3 b) BC c) $C^T A$
3. Etsi sellainen matriisi, että $AB = 2 \cdot I$, kun

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

4. ratkaise luvut a, b, c ja d , kun tiedetään, että $AB = I$, missä

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ ja } B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Onko väittämä tosi vai epätosi? Perustele vastauksesi.
a) Matriisitulo AA^T on aina määritelty.
b) Jos A on diagonaalimatriisi, niin $AB = BA$.
c) Diagonaalimatriisin ja neliömatriisin tulo on aina diagonaalimatriisi.
d) Jos $A - A^T$ on määritelty, se on neliömatriisi, jonka päälävistäjä sisältää vain nollia.
e) Jos A on diagonaalimatriisi, A^2 saadaan, kun korotetaan A :n kaikki alkiot neliöön.

Perusteluista: Väärät väittämät riittää perustella vastaesimerkillä: Näyttää, että löytyy edes yksi tilanne milloin väite ei pidä paikkaansa. Todet väittämät on perusteltava siten, että perustelu pätee kaikkiin kyseessä oleviin tapauksiin.

6. Laske determinantti

$$\begin{vmatrix} a+3 & a+1 & a+2 \\ 1 & 1 & 1 \\ a-3 & a-1 & a-2 \end{vmatrix}$$

7. Tarkastellaan matriiseja

$$A(n) = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & n \\ 10 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \text{ missä } n = 1, 2, 3, \dots$$

Muodostetaan niiden avulla lukujono (a_n) siten, että $a_n = \det(A(n))$.

- a) Onko lukujono (a_n) aritmeettinen? Perustele vastauksesi.
b) Laske summa

$$\sum_{n=3}^{33} a_n.$$

8. Osoita, että 2×2 -matriiseille A ja B on voimassa $\det(AB) = \det(A)\det(B)$

Harjoitusten vastauksia.

- 4.)
 $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$
6.) 0
7.) b) 1116