

**Matematiikan peruskurssi**  
**Harjoitus 8 vko 11**

ke klo 8.30-10 MaD 302  
to klo 14.15-16 MaD 302  
to klo 18.00-20 MaD 259

1. Integroi osittaisintegrointia apunakäyttäen

a)  $\int x \sin 2x \, dx$ ,

b)  $\int (x^2 + 1)e^{-x} \, dx$ . (vihje: hyödynnä osittaisintegrointia kahdesti)

2. Laske osittaisintegrointia apuna käyttäen määrättyt integraalit

a)  $\int_1^e \ln x \, dx$ ,

b)  $\int_0^\pi \cos^2 x \, dx$ . (vihje: luennon esimerkki 4.8)

3. Integroi sijoitusvinkkejä apuna käyttäen

a)  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} \, dx$ ,  $t = x^2 + 4$ ,

b)  $\int \sin \sqrt{x} \, dx$ ,  $t = \sqrt{x}$ ,

4. Integroi sijoitusvinkkejä apuna käyttäen määrättyt integraalit

a)  $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} \, dx$ ,  $t = \ln x$ ,

b)  $\int_0^1 x \cos x^2 \, dx$ ,  $t = x^2$ ,

5. Laske epäoleelliset integraalit

a)  $\int_1^\infty e^{-x} \, dx$ ,

b)  $\int_{-2}^2 \frac{1}{(x-2)^2} \, dx$ ,

6. Laske käyrien  $y = \ln x$  ja  $y = 3$  sekä  $y$ -akselin rajaaman alueen pinta-ala.

HUOM! Muista piirtää kuva, jotta huomaat paremmin mitä integrointisääntöjä joudut noudattamaan!

7. Piirrä  $x=2$  avaruutta a)  $\mathbb{R}$  b)  $\mathbb{R}^2$  c)  $\mathbb{R}^3$  kuvaaviin koordinaatistoihin.

8. Piirrä funktion  $f(x, y) = 2x^2 + 2y^2$  kuvaaja, kun  $x \in [0, 4]$  ja  $y \in [-4, 0]$ .

9. Piirrä funktion  $f(x, y) = 2y + 1$  kuvaaja. Tiedetään, että funktion arvojoukko on  $[-4, 8]$ , kun  $x \in [2, 4]$ .