

Matematiikan peruskurssi
Harjoitus 4 vko 6

to klo 8:15-10 MaD 302
to klo 14:15-16 MaD 302
to klo 18:00-20 MaD 259

Tehtävät 1 ja 2: Matriisia A kutsutaan symmetriseksi, mikäli $A = A^T$.

1. Ratkaise matriisi $D = \begin{pmatrix} 0 & x \\ y & 0 \end{pmatrix}$, kun tunnetaan matriisit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ ja}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -7 \\ 0 & 9 \end{pmatrix},$$

ja tiedetään laskutoimituksen $[(A+B)C]D$ tuloksen olevan symmetrinen matriisi. Voiko matriisi D olla symmetrinen? Huom! Ratkaisuksi kelpaavia matriiseja D on monia!

2. Tutki ovatko matriisit

$$K = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \text{ ja } L = \begin{pmatrix} d & e \\ e & f \end{pmatrix}$$

symmetrisiä. Tutki myös ovatko matriisit $K+L$, $K-L$ ja KL symmetrisiä kaikilla reaaliluvuilla a, b, c, d, e ja f .

3. Osoita todeksi transpoosin ominaisuus $(AB)^T = B^T A^T$ yleisillä 2×2 -matriiseilla:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \text{ ja } B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}.$$

4. Laske

a) $\det M$ kun $M = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$,

b) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ perinteisellä menetelmällä,

c) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 5 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ Sarrus'n säännöllä.

5. Laske

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 6 \\ 5 & 1 & 3 & 3 \\ 5 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix},$$

b) $\det(CB)$, missä matriisit C ja B ovat tehtävän 1 matriiseja.

6. Tunnetaan matriisi

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & a & a \\ 1 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & a & a & 1 \end{pmatrix},$$

Millä vakion a arvoilla $\det A = 0$?

7. Lue kirjasta kappale 2.1 Matriisi ja ratkaise sen perusteella oheinen tehtävä:

Yrityksen myyntiraportit ovat seuraavat:

		valkoinen	punainen	sininen	harmaa
tammikuu	tavallinen	3	7	2	1
	super-	0	2	5	4
	luksus-	2	7	6	0
helmikuu	tavallinen	0	1	4	4
	super-	2	3	4	1
	luksus-	4	0	1	5

Muodosta matriisit ja laske eri mallien ja värien kokonaismyyntiä tammi- ja helmikuussa kuvaava matriisi. Lue lisäksi kyseisestä matriisista kuinka monta punaista supermallia ja kuinka monta sinistä tavallista mallia myytiin tuon kahden kuukauden kuluessa.

8. Ratkaise Gaus-Jordanin eliminointimenetelmällä yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 42 \\ x_1 + x_2 - x_3 & = 18 \\ -x_1 + x_2 + x_3 & = 20 \end{cases}$$

9. Ratkaise Gaus-Jordanin eliminointimenetelmällä yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 - 3x_3 & = 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 & = 9 \\ -3x_1 + 4x_2 - 3x_3 & = -16 \end{cases}$$

Huom! yhtälöryhmän ratkaisun voit tarkistaa sijoittamalla tulokset annettuihin yhtälöihin.