

Matematiikan peruskurssi
Harjoitus 5 vko 7

to klo 8:15-10 MaD 302
to klo 14:15-16 MaD 302
to klo 18:00-20 MaD 259

Tehtävät 1-3: Tunnetaan yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 10 \\ 2x_1 + x_2 & = 4 \\ 2x_1 + x_3 & = 9 \end{cases}$$

1. Ratkaise yllä esitetty yhtälöryhmä Gauss-Jordanin menetelmällä.
2. Ratkaise yllä esitetty yhtälöryhmä käänteismatriisin avulla. (Ratkaise siis ensin kerroin matriisin käänteismatriisi).
3. Ratkaise yllä esitetty yhtälöryhmä Cramerin säännöllä.
4. Ratkaise seuraava ongelma matriisilaskennan keinoin:

Maija on saanut isoäidiltään kolikoita (yhden ja kahden euron ja 50 sentin). Kolikoita on yhteensä 50 kpl. Jos Maija tallettaa kaksi kertaa 50 sentin kolikoiden ja neljä kertaa yhden euron kolikoiden arvon verran rahaa, jää hänelle vielä käytettäväksi 10 euroa. Toisaalta Maija miettii, että säästettyään viisi kertaa kahden ja yhden euron kolikoiden arvon sekä 50 senttisten arvon, hän saisi ostettua 270 euron arvoisen pelikonsolin. Kuinka monta kutakin kolikkoa Maijalla on?

5. Tutki, onko matriisi B matriisin A käänteismatriisi, kun

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ ja } B = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} -7 & 2 & 3 \\ -13 & -2 & 7 \\ 8 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

6. Millä b :n arvoilla matriisi $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & b & -1 \\ b & 0 & 1 \end{bmatrix}$ on kääntyvä?

7. Määrää matriisin $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ käänteismatriisi.

8. Olkoon $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots$ polynomifunktio, jonka asteluku on n . Missä vakiot $a_n \in \mathbb{R}$ kaikilla $n \in \mathbb{N}$ ja muuttuja $x \in \mathbb{R}$.
- Minkä tyyppinen funktio tulee P :n derivaattafunktiosta $P'(x)$?
 - Kuinka monta nollakohtaa funktiolla $P(x)$ voi enintään olla? Miksi?
 - Kuinka monta huippua funktion $P(x)$ kuvaajalla voi enintään olla? Miksi?
 - Kuinka monta kertaa funktio $P(x)$ on derivoitava, jotta tulokseksi tulee nolla?
 - Olkoon $n=6$ ja $a=1$. Mitä tulee viimeiseksi derivaataksi, joka ei ole nolla?

9. Ratkaise funktion

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$$

ääriarvokohdat. Saako funktio missään negatiivisia arvoja? Perustele! Muista merkikäävio tarkastelu!

Tehtävät 8 ja 9 ovat ratkaistavissa lukion pitkän matematiikan ja matematiikan propedeuttisen kurssin tietojen pohjalta. Tarkoituksena olisi palauttaa mieleen derivaatan merkitys funktion kulkua analysoitaessa. Tulevilla luennoilla keskitytään yhä enemmän derivaatan soveltamiseen (mm. toisen kertaluvun derivaatta ja sen merkitys, kahden muuttujan funktioiden ääriarvolaskenta).