

**Matematiikan peruskurssi**  
**Harjoitus 8 vko 10**

to klo 8:15-10 MaD 302  
to klo 14:15-16 MaD 302  
to klo 18:00-20 MaD 259

Määritä seuraavien funktioiden lokaalit ääriarvot

1.  $g(x, y) = 2x^4 + 4xy + y^2$

2.  $h(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, x, y \neq 0$

3. ja

4. Määrää funktion  $f(x, y) = x^2 + xy - 3y^2$  suurin arvo,  
kun muuttujia  $x$  ja  $y$  sitoo ehto  $x + 2y = 2$

(3.) sijoitusmenetelmällä ja

(4.) Lagrangen menetelmällä.

Huomaa, että molemmilla menetelmillä pitää tulla sama tulos.

5. Määrää funktion  $f(x, y) = 3x + 6y^2 - 5$  pienin arvo, kun muuttujia  $x$  ja  $y$  sitoo ehto  $xy = 32$ .

6. Yhtiön budjetti 60 000 euroa kuukaudessa jakautuu työvoima- ja raaka-ainekuluihin.

Jos  $x$  tuhatta euroa käytetään työvoimaan ja  $y$  tuhatta euroa raaka-aineisiin, saadaan kuukauden tuotanto kaavasta  $N(x, y) = 4xy - 8x$  (kappaletta). Kuinka yhtiön tulisi varattu 60 000 euroa jakaa työvoiman ja raaka-ainehankintojen kesken, kun tuotanto pyritään maksimoimaan? Paljonko tuotanto tällöin on?

7. Piirrä annettujen funktioiden integraalifunktiot koordinaatistoon, kun  $C = -1$ ,  $C = 0$  ja  $C = 2$ . Mitä havaitset piirtämistäsi kuvaajista?

a)  $f(x) = 3$ ,

b)  $g(x) = \frac{1}{x}, x > 0$ .

8. Määrää integraalifunktiot

a)  $\int xe^{-x^2} dx$ ,

b)  $\int (\cos x + \cos 2x + \cos 3x) dx$ .

9. Laske määrättyt integraalit

a)  $\int_{-2}^3 (6x^2 - 2x + 3) dx$ ,

b)  $\int_{-3}^1 (4x - 1)^2 dx$ ,

c)  $\int_{-1}^1 \frac{x}{2 - x^2} dx$ .

Apua integraalifunktioiden määräämiseen kirjan s.107 tai MAOL-taulukosta.