

VIIMEISET DEMOT!

1. Olkoot $z = 4 - 3i$ ja $w = -2 + 5i$. Laske
 (a) $z+w$ (b) $z-w$ (c) zw (d) $\frac{z}{w}$ (e) z^2 (f) $|z|$ (g) $\arg z$ (h) $|z-w|$.
 Merkitse kaikki em. kompleksiluvut koordinaatistoon.
2. Osoita, että kaikille kompleksiluvuille z, w pätee
 (a) $\overline{z+w} = \bar{z} + \bar{w}$ (b) $\overline{zw} = \bar{z} \cdot \bar{w}$
3. Ratkaise yhtälö $z^3 + z + 10 = 0$, kun $z \in \mathbb{C}$. Totea laskemalla, että toinen imaginäärisistä juurista toteuttaa yhtälön.
4. Ratkaise yhtälö $z^4 + 10z^2 + 169 = 0$, kun $z \in \mathbb{C}$. (Vihje: ohjaustehtävä 2d.)
5. Laske kompleksikertoimisen matriisin $A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & -i \end{pmatrix}$ determinantti ja määrää sen käänteismatriisi.
6. Piirrä funktion $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}, f(z) = |z - i|$ tasa-arvokäyriä kompleksitasoon (ainakin kolme).
7. Olkoon $z_1 = \frac{3}{8}(1 + i\sqrt{3})$ ja $z_n = z_1^n$ kaikilla $n \in \mathbb{N}$. Laske jonon (z_n) seitsemän ensimmäistä lukua ja merkitse ne kompleksitasoon.
8. Seuraavassa "todistetaan" kompleksilukujen avulla, että $1 = 2$.
 Missä kohden päättely menee vikaan?

- | | |
|--|--|
| 1. | $-1/1 = 1/-1$ |
| 2. Otetaan puolittain neliöjuuri: | $\sqrt{-1/1} = \sqrt{1/-1}$ |
| 3. Sievennetään: | $\sqrt{-1}/\sqrt{1} = \sqrt{1}/\sqrt{-1}$ |
| 4. eli | $i/1 = 1/i$. |
| 5. Jaetaan puolittain 2:lla: | $i/2 = 1/(2i)$ |
| 6. Lisätään molemmin puolin termi $3/(2i)$: | $i/2 + 3/(2i) = 1/(2i) + 3/(2i)$ |
| 7. Kerrotaan puolittain i :llä: | $i \left(\frac{i}{2} + \frac{3}{2i} \right) = i \left(\frac{1}{2i} + \frac{3}{2i} \right)$ |
| 8. eli | $i^2/2 + (3i)/(2i) = i/(2i) + (3i)/(2i)$ |
| 9. eli | $-1/2 + 3/2 = 1/2 + 3/2$ |
| 10. Näin ollen | $1 = 2$. |

*** **

Harjoitukset torstaisin klo 8 MaD 302, klo 14 MaD 302, klo 18:00 MaD 259

Viikon 12 asiat: Kompleksiluvut, ss. 6–28.

<http://www.math.jyu.fi/yliemat/Peruskurssi>