

1. Millä vakion a arvoilla matriisi $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 & 1 \\ 1 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ on kääntyvä?
2. Etsi edellisen tehtävän matriisin käänteismatriisi A^{-1} , kun $a = 3$.
3. Mitkä seuraavista lauseista ovat tosia? (Lyhyt perustelu tai vastaesimerkki)
 (a) $x = \frac{\pi}{2} \implies \sin x = 1$ (b) $x = \frac{\pi}{2} \iff \sin x = 1$
 (c) $x^2 > 9 \iff x > 3$ (d) $e^x > 1 \iff x > 1$
4. P ja Q ovat loogisia lauseita. Todista totuustaulukon avulla tautologioiksi
 (a) ekvivalenssilaki $(P \iff Q) \iff ((P \implies Q) \wedge (Q \implies P))$
 (b) DeMorganin 2. laki $\neg(P \wedge Q) \iff \neg P \vee \neg Q$.
5. Todista suoraan: jos matriisit X ja Y ovat yhtälön $AX = B$ ratkaisuja, niin kaikilla $t \in \mathbb{R}$ myös matriisi $tX + (1 - t)Y$ on saman yhtälön ratkaisu.
6. Todista epäsuorasti: kaikilla negatiivisilla reaaliluvuilla x pätee epäyhtälö $x + \frac{1}{x} \leq -2$.
7. Todista induktiolla, että $\forall n \in \mathbb{N}$ on $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n + 1)^2$.

*** **

Harjoitukset torstaisin klo 8 MaD 302, klo 14 MaD 302, klo 18:00 MaD 259

Viikon 7 asiat: Matriisilaskentaa, ss. 53–70. Logiikkaa ja todistusmenetelmiä, ss. 220–234.

<http://www.math.jyu.fi/ylemat/Peruskurssi>