

1. Laske seuraavat integraalit (osittaisintegroinnin tai sijoituksen avulla). Huomaa integroitavien ja sijoitusfunktioiden määrittelyjoukot.

$$(a) \int_{-1}^4 x^2 \sqrt{x+5} dx \quad (b) \int_0^9 e^{\sqrt{x}} dx$$

2. Sama näille:

$$(a) \int_e^{e^2} \frac{1}{2x(\ln x)^2} dx \quad (b) \int_1^4 \frac{3}{x + \sqrt{x}} dx$$

3. Laske epäoleelliset integraalit

$$(a) \int_1^{\infty} x e^{-x} dx \quad (b) \int_0^1 \ln x dx$$

4. Etsi differentiaaliyhtälön $2y' - 5y = 0$ kaikki ratkaisut (joko separoimalla tai kokeilemalla eksponenttifunktiota). Mikä ratkaisufunktioista toteuttaa alkuehdon $y(0) = e$?
5. (a) Määrää vakiot A, B siten, että funktio $y(x) = A \sin x + B \cos x$ on differentiaaliyhtälön $2y' - 5y = 3 \sin x$ ratkaisu.
 (b) Osoita, että myös funktiot $y(x) = A \sin x + B \cos x + C e^{\frac{5}{2}x}$ toteuttavat yhtälön kaikilla vakioilla $C \in \mathbb{R}$.
6. Muodosta differentiaaliyhtälö, jonka ratkaisufunktion y muutosnopeus on suoraan verrannollinen funktion arvon neliöön ja muuttujan neliöön. Ratkaise yhtälö separoimalla, kun em. verrannollisuuskerroin on 3 ja alkuehto $y(0) = -1$.
7. Poliisin tutkija mittaa murhatun ruumiin lämpötilaksi 32°C klo 8:10. Tunnin kuluttua lämpötila on pudonnut lukemaan 30.6°C . Huoneen lämpötila on koko ajan 20°C . Jos oletetaan elävän ihmisen ruumiinlämmöksi 37°C , niin mihin aikaan murha tapahtui?

VASTAUKSIA:

1. a) $60\frac{20}{21}$ b) $4e^3 + 2$ 2. a) $\frac{1}{4}$ b) $6 \ln \frac{3}{2}$ 3. a) $\frac{2}{e}$ b) -1 6. $\frac{-1}{x^3+1}$ 7. n. 5:20

*** **

Harjoitukset torstaisin klo 8 MaD 302, klo 14 MaD 302, klo 18:00 MaD 259

Viikon 11 asiat: Yhden muuttujan integraalilaskentaa, ss. 106–124.
 Differentiaaliyhtälöt, ss. 189–219.

<http://www.math.jyu.fi/ylemat/Peruskurssi>