

Matematiikan peruskurssi (MATY020)

2. Harjoitus 1.2.2007

Harjoitusryhmät torstaisin: 8-10 MaD302, 14-16 MaD302, 18-20 MaD259

Ratkaise tehtävät ilman Exceliä! Exceliä voit käyttää tarkistamisessa tai auttamaan ymmärtämään tehtävää.

1. Olkoon $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ ja $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$. Laske $A+B$, BA , AB , $|A|$ ja $|B|$, mikäli ne ovat määriteltyjä.

$$BA = \begin{bmatrix} 12 & 12 & -3 \\ 3 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$
$$|A| = 27$$

2. Esitä yhtälöryhmä $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \\ -x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 - x_2 + 6x_3 = 5 \end{cases}$ matriisiyhtälönä ja tutki onko sillä yksikäsitteinen ratkaisu (ilman, että ratkaiset yhtälöryhmän).

Kerroinmatriisin determinantti on $167 \neq 0$, joten yksikäsitteinen ratkaisu on olemassa.

3. Tilin vuosittainen nettokorkokanta on 2 % ja korko lisätään pääomaan vuosittain. Paljonko tilille pitäisi tallettaa, jotta talletus kasvaisi viidessä vuodessa korkoa 500 €?

4803,96 euroa

4. Mikä seuraavissa menee vikaan ja miksi? Korjaa oikeaksi!

a) Tilille talletetaan 1700 € Tilin korkokanta on 1,7 % / vuosi ja lähdevero on 24 %. Tällöin vuodessa kasvanut pääoma, josta on poistettu lähdevero, on $0,76 \cdot 1,017 \cdot 1700$.

b) 1.1.2007 tilille talletetaan 1700 € Tilin nettokorkokanta on 1,7 % / vuosi. 1.5.2007 kasvanut pääoma on $\frac{4}{12} \cdot 1,017 \cdot 1700$.

c) Tilille talletetaan 1700 € Tilin nettokorkokanta on 1,7 % / vuosi. 3,5 vuoden kuluttua kasvanut pääoma on $1,017^{3,5} \cdot 1700$.

d) Tilille talletetaan 1700 € Tilin nettokorkokanta on 1,7 % / vuosi. 4 vuodessa kertyy korkoa yhteensä $0,017^4 \cdot 1700$.

e) Jonon $a_n = (n-2)^3 + 4$ ensimmäiset jäsenet ovat $a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 5, \dots$. Koska

peräkkäisten termien erotus on vakio, on jono aritmeettinen. $a_{10} = (10-2)^3 + 4 = 516$. Siten

summa $S_{10} = (3 + 516) \cdot \frac{10}{2}$.

5. Henkilö tallettaa kuuden peräkkäisen vuoden ajan jokaisen vuoden lopussa vakiosumman verottomalle tilille, jonka nettokorkokanta on 2 %/vuosi. Tilillä korko liitetään pääomaan aina vuoden lopussa. Kuinka suuri vuoden lopussa talletettavan summan pitää olla, jotta tilillä olisi viimeisen talletuksen jälkeen 6000 euroa?

951,15 euroa

6. Henkilö tekee osamaksusopimuksen, jonka mukaan hän maksaa 100 € jokaisen kuun lopussa kahden vuoden ajan. Mitä kerralla maksettua kauppasummaa tämä vastaa, kun laskentakorkokanta on 7 % / vuosi?

(Lisäkysymys: Millaisen tehtävissä mainitsemattoman oletuksen jouduit tekemään tehtävän ratkaisemiseksi? Entä jos olisit tehnyt toisenlaisen oletuksen?)

2233,51 € jos oletetaan että korko lisättäisiin kuukausittain (vastaa tasaerän kaavaa).

2239,23 € jos oletetaan että korko lisättäisiin vuosittain.

7. Lainanmaksusuunnitelman mukaan 60000 euron tasaerälaina maksetaan takaisin kuukausittain 10 vuodessa. Korkojakso on 1 kuukausi ja korkokanta 0,42 % / kuukausi. Mikä on tasaerän suuruus? Paljonko yhteensä maksetaan korkoa? Paljonko korkoa kertyisi yhteensä vastaavan pituisessa tasalyhennyslainassa?

Tasaerä on 951,15 €

Korkoa kertyy noin 16508,40 € (viimeinen tasaerä on eri suuri kuin muut erät, katso excel-tiedosto)

Tasalyhennyksin korko on 15246 € (tämä on tarkka arvo)

RATKAISE TOINEN SEURAAVISTA:

8. Luvussa ”1.3.2. Geometrinen summa” johdettiin kaava geometriselle summalle. Käytä samaa periaatetta ja laske päättymätön summa $S = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \dots$. Tutki excelillä voiko tulos pitää paikkansa.

$S = 1$

9. Luvussa ”2.3.1. Annuiteetilaina” johdettiin kaava vuosittaiselle tasaerälle. Luvussa ”2.3.2. Tasaerälaina, jossa useita tasaeriä korkojakson aikana” kaava yleistettiin tapaukseen, jossa voidaan suorittaa useita eriä vuoden aikana. Oletetaanko tässä kaavassa, että korkojakso on 1 vuosi vai, että korkojakso on yhtä pitkä kuin erien suoritusten väli. Sanallinen perustelu, jossa viitataan monisteeseen, riittää.

Korkojakso on yhtä pitkä kuin erien suoritusten väli