

Matematiikan peruskurssi (MATY020)

3. Harjoitus 8.2.2007

Harjoitusryhmät torstaisin: 8-10 MaD302, 14-16 MaD302, 18-20 MaD259

1. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\text{a) } \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 - 3x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ -3x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -16 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 0 \\ -3x_1 + 0x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$

2. a) Ratkaise tehtävän 1 yhtälöryhmät, jollakin toisella menetelmällä, jos mahdollista.

b) Ratkaise tehtävän 1 yhtälöryhmät, vielä jollakin kolmannella menetelmällä, jos mahdollista. (Lisäkysymys: Vieläkö olisi mahdollista ratkaista jollakin neljännellä menetelmällä? Miten?)

$$\text{3. Ratkaise yhtälöryhmä } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases} .$$

$$\text{4. Ratkaise yhtälöryhmä } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} .$$

5. Anna esimerkki 4 tuntemattoman ja 2 yhtälön yhtälöryhmästä, jolla ei ole ratkaisua ja jonka tuntemattomien kertoimet ovat keskenään eri suuret. Perustelee miksei ratkaisua ole!

$$\text{6. a) Käytä tehtävien 1 ja 2 ratkaisujasi yhtälöryhmälle } \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 - 3x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ -3x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -16 \end{cases} \text{ ja ratkaise}$$

$$\text{yhtälöryhmä } \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 - 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -18 \\ -3x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases} \text{ mahdollisimman vähällä työllä.}$$

$$\text{b) Entä jos kyseessä on yhtälöryhmä } \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 - 3x_3 = a \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = b \\ -3x_1 + 4x_2 - 3x_3 = c \end{cases} , \text{ missä } a, b \text{ ja } c \text{ ovat mitä tahansa}$$

reaalilukuja?

KÄÄNNÄ!

7. Viime ohjauksissa nousi esille seuraava kysymys: Voiko matriisitulon $ABCD$ laskea siten, että laskee ensin AB , sitten CD ja sen jälkeen $(AB)(CD)$? Vai pitääkö ensin laskea AB , sitten $(AB)C$ ja viimeisenä $(ABC)D$. Vastaus ei ole ilmeinen, koska matriisien kertolaskulle eivät päde kaikki tavallisen kertolaskun ominaisuudet. Kuitenkin kyseisessä ohjaustehtävässä molemmilla tavoilla tulee sama tulos. Osoita, että tämä ei ole sattumaa vaan kaikille matriiseille A , B , C , ja D pätee $((AB)C)D = (AB)(CD)$ olettaen, että kyseiset tulot on määritelty?

Voit käyttää todeksi tiedettyä tulosta: $(AB)C = A(BC)$ kaikilla matriiseilla A , B ja C , joille kyseiset tulot on määritelty.

8. Potilaan ruoka-annokseen täytyy kuulua 300 yksikköä kalsiumia, 180 yksikköä rautaa ja 184 yksikköä A-vitamiinia. Ruokalajit I, II ja III sisältävät mainittuja aineita 100 grammaa kohti seuraavasti:

Ruokalaji	I	II	III
Kalsium	100	50	80
Rauta	40	50	80
A-vitamiini	30	110	80

Kuinka monta grammaa kutakin ruokalajia tarvitaan? Ratkaise tehtävä matriisilaskennan keinoin.