

## Matematiikan peruskurssi (MATY020)

### 4. Harjoitus 15.2.2007

Harjoitusryhmät torstaisin: 8-10 MaD302, 14-16 MaD302, 18-20 MaD259

- Keksi (haastava) esimerkki yhdistetyn funktion derivointisäännön käytöstä.
  - Johda derivointikaava funktiolle  $\tan x$ . (Pelkkä kaavakirjasta katsominen ei riitä. Todista kaava oikeaksi käyttämällä luennolla/kirjassa käsiteltyjä derivointikaavoja. VIHJE: miten  $\tan$  liittyy funktioihin  $\sin$  ja  $\cos$ ?)
  - Harjoittele itsenäisesti derivointisääntöjen käyttämistä!

2. a) Funktio  $f(x)$  on määritelty kaikilla reaaliluvuilla ja derivoituva muualla paitsi kohdassa  $x = 9$ . Lisäksi  $f(x)$  on jatkuva ja funktioille  $f'(x)$  ja  $f''(x)$  pätee:

$$\begin{aligned}f'(x) &> 0, \text{ kun } 0 < x < 9 \\f'(x) &< 0, \text{ kun } x < 0 \text{ tai } x > 9 \\f''(x) &> 0, \text{ kun } -7 < x < 2 \\f''(x) &< 0, \text{ kun } x < -7 \text{ tai } 2 < x < 9 \\f''(x) &= 0, \text{ kun } x > 9\end{aligned}$$

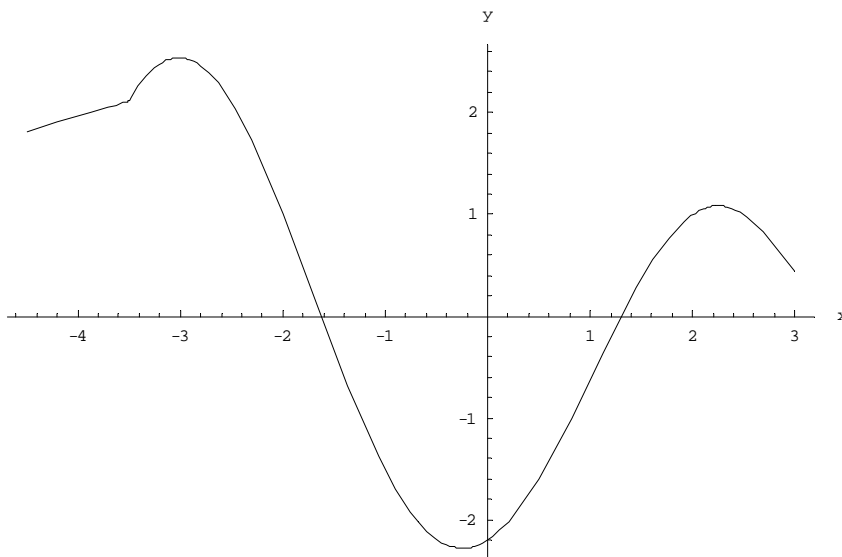
Piirrä funktion  $f(x)$  kuvaaja. Määritä myös ääriarvokohdat.

b)  $g'(500) = -3$  ja  $g''(500) < 0$ . Arvioi paljonko  $g$ :n arvot muuttuvat välillä  $[500, 501]$ . Onko arviosi ala- vai yläkanttiin?

3.  $f(x) = -x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 10$

- Määritä  $f$ :n ääriarvot sekä suurin ja pienin arvo.
- Milloin  $f$ :n arvot muuttuvat nopeimmin?

4. Kuvassa on funktion  $f$  kuvaaja.



- Piirrä  $f$ :n derivaattafunktion kuvaaja.
- Piirrä sen funktion kuvaaja, jonka derivaattafunktio on  $f$ .

5. a) Tarkastellaan yhtälön  $2x^2 - 3xy + y^2 = 4$  toteuttavia pisteitä  $(x, y)$ . Määrää implisiittinen derivaatta  $y'(3)$ .

b). Ratkaise em. yhtälöstä  $y$   $x$ :n funktiona. Derivoi saamasi funktio normaalisti ja vertaa tulosta edelliseen tehtävään. Hahmottele myös funktion kuvaaja.

6. Määritä funktion  $f(x) = \frac{x^3 - 3}{x^2 - 1}$  lokaalit ääriarvokohdat sekä pienin ja suurin arvo. HUOM:

Kaikkia derivaatan nollakohtia ei voi määrittää tarkasti, joten arvioi.

TAI JOS ET HALUA ARVIOIDA, NIIN RATKAISE TEHTÄVÄ:

6\*. Määritä funktion  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$  lokaalit ääriarvokohdat sekä pienin ja suurin arvo.