

Matematiikan peruskurssi (MATY020)

4. Harjoitus 15.2.2007

Harjoitusryhmät torstaisin: 8-10 MaD302, 14-16 MaD302, 18-20 MaD259

- Keksi (haastava) esimerkki yhdistetyn funktion derivointisäännön käytöstä.
 - Johda derivointikaava funktiolle $\tan x$. (Pelkkä kaavakirjasta katsominen ei riitä. Todista kaava oikeaksi käyttämällä luennolla/kirjassa käsitellyjä derivointikaavoja. VIHJE: miten \tan liittyy funktioihin \sin ja \cos ?)
 - Harjoittele itsenäisesti derivointisääntöjen käyttämistä!

- Funktio $f(x)$ on määritelty kaikilla reaaliluvuilla ja derivoituva muualla paitsi kohdassa $x = 9$. Lisäksi $f(x)$ on jatkuva ja funktioille $f'(x)$ ja $f''(x)$ pätee:

$$f'(x) > 0, \text{ kun } 0 < x < 9$$

$$f'(x) < 0, \text{ kun } x \leq 0 \text{ tai } x > 9$$

$$f''(x) > 0, \text{ kun } -7 < x < 2$$

$$f''(x) < 0, \text{ kun } x \leq -7 \text{ tai } 2 \leq x < 9$$

$$f''(x) = 0, \text{ kun } x > 9$$

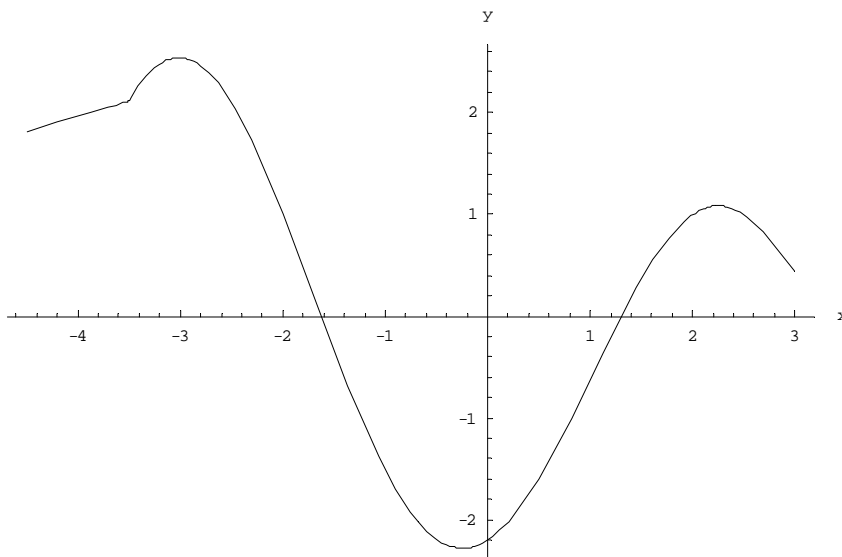
Piirrä funktion $f(x)$ kuvaaja. Määritä myös ääriarvokohdat.

- $g'(500) = -3$ ja $g'(x) < 0$. Arvioi paljonko g :n arvot muuttuvat välillä $[500, 501]$. Onko arviosi ala- vai yläkanttiin?

- $f(x) = -x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 10$

- Määritä f :n ääriarvot sekä suurin ja pienin arvo.
- Milloin f :n arvot muuttuvat nopeimmin?

4. Kuvassa on funktion f kuvaaja.



- Piirrä f :n derivaattafunktion kuvaaja.
- Piirrä sen funktion kuvaaja, jonka derivaattafunktio on f .

5. a) Tarkastellaan yhtälön $2x^2 - 3xy + y^2 = 4$ toteuttavia pisteitä (x, y) . Määrä implisiittinen derivaatta $y'(3)$.

b). Ratkaise em. yhtälöstä y x :n funktiona. Derivoi saamasi funktio normaalisti ja vertaa tulosta edelliseen tehtävään. Hahmottele myös funktion kuvaaja.

6. Määritä funktion $f(x) = \frac{x^3 - 3}{x^2 - 1}$ lokaalit ääriarvokohdat sekä pienin ja suurin arvo.