

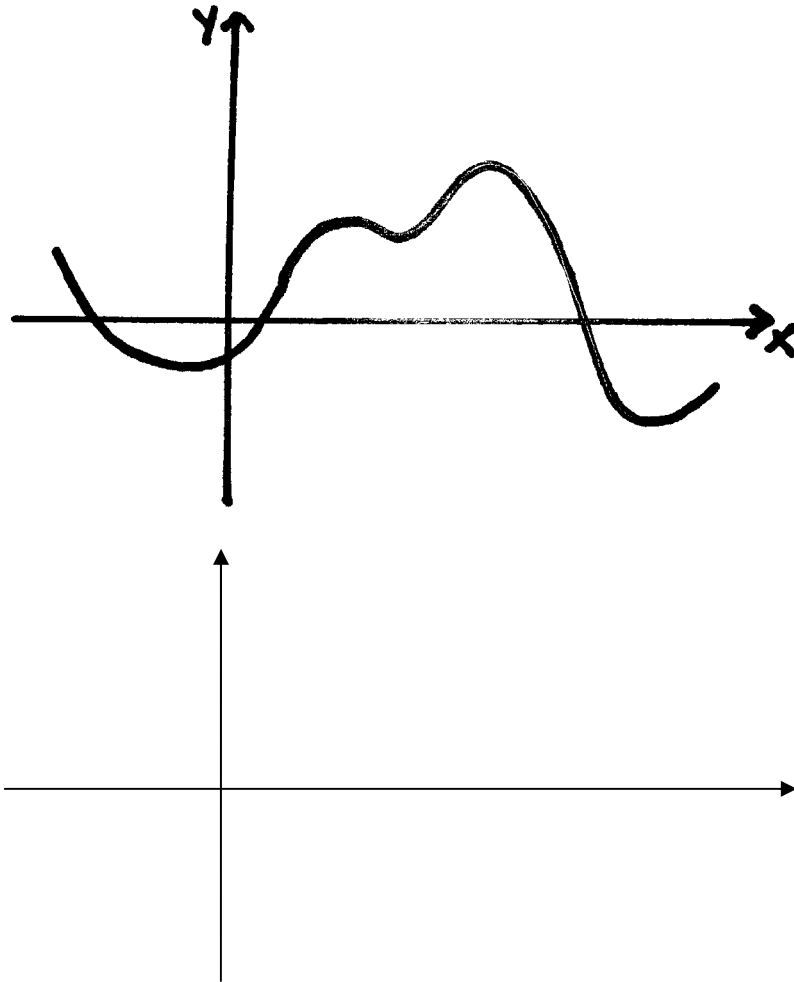
Matematiikan peruskurssi (MATY020)

5. Harjoitus 22.2.2007

PIIRRÄ KUVIA! VALMISTAUDU PIIRTÄMÄÄN KUVAT MYÖS TAULULLE!

1. Laske $\int (x \sin(x^2)) dx$, $\int \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right) dx$, $\int ((3x-2)^7) dx$, ja $D(\sin(e^{3x^2}))^4$.

2. Kuvassa on funktion f kuvaaja. Piirrä f :n integraalifunktion F kuvaaja mahdollisimman tarkasti.
HUOM: Tee siistit kuvat, joista ilmenee mitkä kohdat f :n ja F :n kuvaajissa vastaavat toisiaan!



3. Jatkoa edelliseen. Mitä voit sanoa F :n integraalifunktiosta? Hahmottele mahdollisuuksia millainen F :n integraalifunktion kuvaaja voisi olla.

HUOM: Tee siistit kuvat, joista ilmenee mitkä kuvaajien kohdat vastaavat toisiaan!

4. a) Funktion $g(x)$ kasvunopeus on $f(x) = -2x^2 + x + 1$. Paljonko $g(x)$:n arvot muuttuvat välillä $[-3, 5]$?

b) $f'(x) = e^{0,5x}$ ja $f(-2) = 10$. Määritä $f(x)$.

c) Määritä funktion $g(x) = (6x-4)(3x^2-4x)^5$ integraalifunktio.

d) Määritä $\int (x \cdot e^{3x^2}) dx$

e) Määritä $\int_0^{\pi/2} \cos(2x) dt$. Mitä tämä tarkoittaa funktion $\cos(2x)$ kuvaajassa?

5. a) Määritä käyrien $y = 3x^2 + 1$ ja $y = -x^2 + x$ väliin välillä $-1/2 \leq x \leq 1/2$ jäävä pinta-ala.
 b) Määritä käyrien $y = \frac{1}{2}x^3 - 2x$ ja $y = \frac{1}{2}x^2 + x$ väliin jäävä pinta-ala.

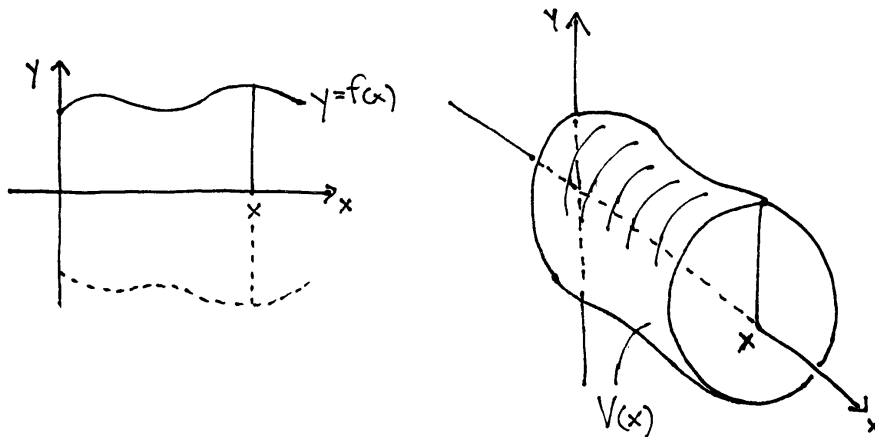
6. Emme osaa integroida funktiota $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ (voit toki yrittää). Arvioi kuitenkin kuinka suuri on pinta-ala, joka jää funktion $f(x)$ ja x -akselin väliin

- a) välillä $[0, 4]$.
 b) välillä $[0, 0,01]$. Käytä b-kohdassa arviointimenetelmää, joka perustuu differentiaaliin.
 c) Miksi b-kohdan arviointimenetelmää ei voi käyttää a-kohdassa?
 d) Miten voisi arvioida onko b-kohdan arvio hyvä vai huono?

7. Funktion $F(x)$ derivaatta on $f(x) = \frac{-x(x-50)}{100}$ (kannattaa kertoa sulut auki).

- a) Paljonko F :n arvot muuttuvat välillä $[40, 60]$?
 b) Mikä on funktion f ja x -akselin väliin jäävä pinta-ala välillä $[40, 60]$?
 c) Miten a- ja b-kohtien tulokset liittyvät toisiinsa ja miten eroavat?
 d) Kekeksi jokin "tosielämän" ilmiö, jossa a- ja b-kohdan tulosten yhteys ja ero havainnollistuvat.

8. Kuvassa on funktion $f(x)$ kuvaaja, joka pyörähtää x -akselin ympäri. Tarkastellaan näin muodostuneen kappaleen tilavuutta kohdasta 0 kohtaan x asti. Merkitään tätä tilavuutta $V(x)$.



- a) Tutki mikä on tilavuuden $V(x)$ kasvunopeus $V'(x)$ hetkellä x . (VIHJE: Vertaa luennolla käsiteltyyn pinta-alan kasvunopeuteen.)
 b) Määritä tämän avulla mikä on tilavuuden muutos välillä $[a, b]$ (eli mikä on funktion $f(x)$ pyörähtäessään välillä $[a, b]$ rajoittaman kappaleen tilavuus).

