Matematiikan peruskurssi (MATY020)

7. Harjoitus 8.3.2007

Ratkaise tehtävien 1 ja 2 differentiaaliyhtälöt tarvittavalla menetelmällä. Jos differentiaaliyhtälöillä on erikoisratkaisuja, niin ilmoita nekin.

1. a) $y' = 2x + 3 + e^x$ b) $y' = -\frac{2x}{y}$, $y(0) = -2$

2. a) $y^2 = x^2 y'$ b) $y' + \frac{x}{e^y} = \frac{2}{e^y}$

3. Jatkuvakorkoiselle tilille on talletettu 100 000 euroa. Tilin korkokanta on 2%/vuosi. Muodosta differentiaaliyhtälö, jonka avulla voidaan ratkaista tilin saldo *S* (euroa) hetkellä *t* (v). Mikä alkuehto ratkaisufunktion on toteutettava? Ratkaise muodostamasi alkuarvotehtävä. Minkä ajan kuluttua tilin saldo olisi 110 000 euroa?

4. a) Määritä funktion *y(x)* arvojen muutos Δy välillä [1, 4], kun $2y' + 6 = x^2$
   b) Piirrä funktion *y* kuvaaja ja selitä mitä Δy tarkoittaa siinä.
   c) Piirrä funktion y' kuvaaja ja selitä mitä Δy tarkoittaa siinä.

5. Olkoon differentiaaliyhtälö $y' = 2y - 2x$.
   a) Onko $y = Ce^{3x} + x$, $C \in R$ differentiaaliyhtälön yleinen ratkaisu?
   b) Arvaa jokin differentiaaliyhtälön yksityisratkaisu.

6. Olkoon $f(x, y) = y - x^2$.
   a) Taulukoi funktion arvoja taulukkoon (voit tehdä excelillä):

	0	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	**16**	***y***
-4										
-3										
-2										
-1										
0										
1										
2										
3										
4										
x										

   b) Merkitse a-kohdan pisteet (*x*,*y*,*z*)-koordinaatistoon.
   c) Millä (*x*,*y*)-tason käyrällä funktion *f* arvo on 2? Millä (*x*,*y*)-tason käyrällä funktion *f* arvo on 4? Millä (*x*,*y*)-tason käyrällä funktion *f* arvo on 6?
   d) Hahmottele funktion *f* kuvaaja. Miten c-kohdan käyrät näkyvät kuvaajassa?

7. Olkoon tehtävän 6 funktio *f* määritelty, kun $-4 \le x \le 4$, $0 \le y$ ja $y + 2x \le 8$.
   a) Piirrä funktion *f* määrittelyjoukko (*x*,*y*)-tasoon.
   b) Piirrä funktion *f* kuvaaja vain määrittelyjoukossaan.