Matematiikan peruskurssi (MATY020)

8. Harjoitus 15.3.2007

Huomaa, että tehtävien tavoitteena on oppia hahmottamaan millaisia kuvaajat ovat. Yritä siis hahmotella kuvaajat ensin ilman Exceliä tai graafista laskinta.

1. a) Hahmottele funktion $f(x) = x^3 - 3x$ kuvaaja (myös huippujen sijainti).
   b) Hahmottele funktion $f(x, y) = x^3 - 3x$ kuvaaja (myös huippujen sijainti).

2. Hahmottele päässä ilman piirtämistä miltä näyttäisi funktion $f(x, y) = y^3 - 3y$ kuvaaja.

3. Piirrä kolmiulotteiseen avaruuteen $\mathbb{R}^3$ seuraavat kuvaajat: $y = 4$, $y = -2$, $z = 3$ ja $z = -3$. Millaisen alueen kuvaajat rajaavat? Mitkä kuvaajista esittävät funktioita?

4. Kenkäkaupalle tarjoutuu tilaisuus ostaa tehtaan loppuunmyynnistä erä naisten kävelykenkiä ja avokkaita. Kenkien ostohinnat ja arvioidut markkinointikustannukset ovat seuraavan taulukon mukaiset.

	Kävelykengät	**Avokkaat**
Ostohinta (€/pari)	40	15
Markkinointikustannukset (€/pari)	1,5	1,5

Kaupalla on käytettävissään 4500 euroa kenkien ostoon ja 300 euroa niiden markkinointiin. Kauppias arvioi kävelykenkien menekin olevan korkeintaan 150 paria. Kävelykengät myydään hintaan 60 euroa/pari ja avokkaat hintaan 30 euroa/pari. Kuinka monta paria kävelykenkiä ja kuinka monta paria avokkaita kaupan kannattaa hankkia loppuunmyynnistä, jotta niiden myynnistä saatu kokonaiskatetuotto olisi mahdollisimman suuri?

5. a) Ratkaise tehtävä 4 graafisesti tasa-arvokäyrien avulla.
   b) Piirrä tehtävän 4 funktion kuvaaja kolmiulotteiseen avaruuteen ja selitä mitä tehtävän ratkaisu tarkoittaa tässä kuvaajassa.

6. Edellisissä harjoituksissa hahmoteltiin funktion $f(x, y) = y - x^2$ kuvaaja, kun määrittelyjoukoksi oli annettu $-4 \le x \le 4$, $0 \le y$ ja $y + 2x \le 8$. Määritä funktion $f(x, y)$ suurin arvo tässä joukossa. (Suurin arvo ei ole 8. VIHJE: päättele tasa-arvokäyrien avulla missä suurin arvo suunnilleen saadaan ja etsi sitten tarkka kohta.)

7 ja 8. Olkoon $f(x, y) = xy$.
   a) Piirrä tasa-arvokäyriä. Eli hahmottele miltä funktion kuvaaja näyttää, kun z on vakio.
   b) Hahmottele miltä funktion kuvaaja näyttää, kun x on vakio. Eli millainen on kuvaajan leikkaus *(y,z)*-tason suunnassa, kun x on vakio? Eli miltä kuvaaja näyttää x-akselin suunnasta katsottuna?
   c) Hahmottele miltä funktion kuvaaja näyttää, kun y on vakio. Eli millainen on kuvaajan leikkaus *(x,z)*-tason suunnassa, kun y on vakio? Eli miltä kuvaaja näyttää y-akselin suunnasta katsottuna?
   d) Hahmottele funktion kuvaaja. Selitä miltä kuvaaja näyttää (voit käyttää esimerkiksi eleitä ja vertauksia).

9. Anna esimerkki funktiosta, jonka kuvaaja näyttää neljännen asteen polynomilta, kun x on vakio ja paraabelilta, kun y on vakio. Hahmottele funktion kuvaaja. Onko funktiolla suurinta tai pienintä arvoa (ei tarvitse ratkaista tätä arvoa).