

**Harjoitus 7 31.10.2002**

to klo 14-16 MaA 210

to klo 14-16 MaD 259

to klo 18-20 MaD 302

Harjoitustehtävien asiat monisteessa

- trigonometriset funktiot ss. 114-122
kts. myös http://www.math.jyu.fi/ylemat/opetusmateriaali/havainnollistuksia/funktiotyyppeja/trigonometriset_funktiot/
- raja-arvo ss. 128-132
kts. [http:// ... /havainnollistuksia/analyysi/raja-arvo/](http://.../havainnollistuksia/analyysi/raja-arvo/)
- jatkuvuus ss. 133-136

1.

- (1) Pilotti ohjaa lentokoneen kentälle kaltevuudella 1 : 8. Missä kulmassa lentokone laskeutuu?
- (2) Pylvään yläpäästä lähtevä ns. harusvaijeri on kiinnitetty maahan 5,2 metrin päähän pylväästä ja se muodostaa maanpinnan kanssa 60° :n kulman. Laske pylvään korkeus ja harusvaijerin pituus.

2. Määritä lausekkeiden tarkat arvot käyttämällä trigonometrinen funktioiden ominaisuuksia ja muistikolmioita.

$$(a) \sin \frac{5\pi}{4} \quad (b) \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) \quad (c) \tan \frac{11\pi}{6} \quad (d) \cos \frac{43\pi}{6}$$

3. Ratkaise yhtälöt

$$(a) \sin x = \frac{1}{2} \quad (b) \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (c) \cos x = \sin x$$

4. Olkoot kulmat $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ rad ja $\beta = \alpha + \pi$ sekä $\gamma = 2\pi - \alpha - \beta$. Päättele onko väittämä tosi vai epätosi. Perustele vastauksesi.

- (1) $\tan \alpha = \tan \beta$
- (2) $\sin \gamma = -1$
- (3) $\sin \alpha = \sin(-\beta)$
- (4) $\cos \beta = \cos(-\alpha)$

5. Ratkaise lausekkeiden $\cos \alpha$ ja $\tan \alpha$ tarkat arvot, kun tiedetään, että

$$\sin \alpha = \frac{3}{4} \quad \text{ja} \quad \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$$

.

6. Määritä raja-arvo

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{x - 1} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$$

7. Päättele kuvaajan perusteella, onko annettu väittämä tosi vai epätosi.

(1) $f(x)$ on jatkuva kohdassa $x = -3$.

(2)

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1$$

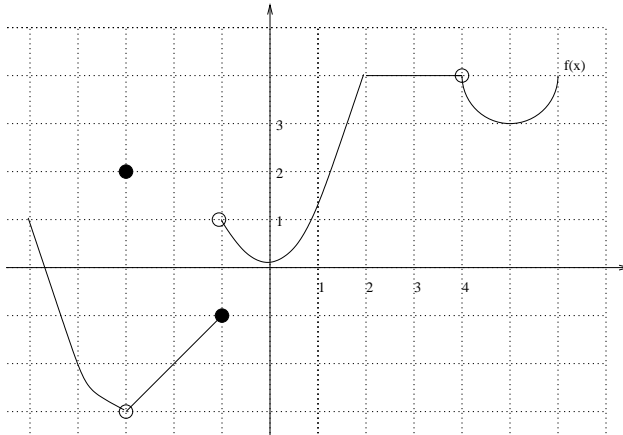
(3)

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f(-1)$$

(4) $f(x)$ on jatkuva kohdassa $x = 4$.

(5)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$



Vastauksia.

1. (1) $\alpha \approx 7,1^\circ$ (2) korkeus 9,0m ja pituus 10,4m

2. (a) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. (c) $x = \frac{\pi}{4} + n \cdot \pi$

5. $\tan \alpha = -\frac{3}{\sqrt{7}}$

6. (a) 2 (b) 0
