

**Matematiikan propedeuttinen kurssi**  
**Harjoitus 2 vko 40**

ke klo 8:15-10 MaD 381  
to klo 14:15-16 MaA 210  
to klo 18:00-20 MaD 259

- Mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa funktiolla, joka on bijektio?
  - Funktio on monotoninen.
  - Funktiolla on olemassa käänteisfunktio.
  - Funktiolla on täsmälleen yksi juuri.
  - Funktion määrittelyjoukossa ja arvojoukossa on täsmälleen yhtä monta alkioita.
- Onko kyseinen yhtälö identtisesti tosi vai identtisesti epätosi?
  - $x(2x - 3) - 2x = x^2 - 5x$
  - $\sqrt{x} = -4x^2$
  - $x^4 + 1 = (x + 1)^2(x - 1)^2 + 2x^2$
- Laske seuraavat jakolaskut jakokulmassa. Huom! kohdassa c) jako ei mene tasan.
  - $(x^4 + x^3 - x^2 + 5x + 6) : (x + 2)$
  - $\frac{x^4 + x^3 - x^2 + 5x + 6}{x^2 - 2x + 3}$
  - $(x^4 + x^3 - x^2 + 10x + 4) : (x + 1)$
- Ilmoita polynomi funktio  $f(x) = 2x^3 + 54$  tekijöidensä tulona.
- Ilmoita polynomifunktio  $k(x) = -x^3 + 4x - 4$  tekijöidensä tulona.
- Ratkaise polynomifunktion  $P(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$  juuret, kun tiedetään että jaettaessa  $f(x)$  lausekkeella  $x^2 + 3x + 2$  jako menee tasan.
- Ratkaise yhtälö  $2x^3 + 2x^2 + x = -10$ .
- Ratkaise yhtälö  $\frac{1}{16}x^3 = (x - 2)^2$ .
- Ratkaise haarukoimalla polynomifunktion  $f(x) = x^2 + x - 5$  juuri neljän desimaalin tarkkuudella, kun tiedetään juuren sijaitsevan välillä  $[1, 2]$ .  
Voit tarkistaa lopuksi haarukoinnin tuloksen oikeellisuuden ratkaisemalla funktion juuret toisen asteen polynomien ratkaisukaavalla.

10. a) **Murtoyhtälöt:**

Milloin seuraavat rationaalifunktiot ovat määriteltyjä?

(i)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

(ii)  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

(iii)  $h(x) = \frac{x + 1}{4x + 3} - \frac{3}{x - 1}$

(iv) Laske edellisillä kolmella funktioilla  $f$ ,  $g$  ja  $h$  seuraavat laskut ja ilmoita tulos sievennetyssä muodossa:

$$f(x) - g(x) = ?$$

$$g(x) \cdot h(x) = ?$$

b) **Itseisarvot:**

(i) Laske funktion

$$f(x) = |x - 5| + |x + 2|$$

arvo, muuttujan saadessa arvon  $x = -4$  ja muuttujan saadessa arvon  $x = 4$ .

(ii) poista itseisarvomerkki ja ilmoita funktio  $h(x)$  paloittain määriteltynä

$$h(x) = x^2 + |-2x + 3|$$

(iii) poista itseisarvomerkki ja ilmoita funktio  $k(x)$  paloittain määriteltynä

$$k(x) = \frac{1}{|x + 4|}$$

**Tehtävä 10.** on kertausta lukion lyhyeltä matematiikalta. Perehdymme ensi viikolla (viikko 41) paremmin rationaalifunktioihin ja murtoyhtälöihin sekä itseisarvofunktioihin ja yhtälöihin.

Mikäli murtolukujen lauantaminen ja supistaminen ym. murtolukulaskut eivät ole hyvin muistissa, niin kannattaa kerrata ne ennen ensi viikon luentoja. Kertaa myös potenssin laskusäännöt. Kaikki laskusäännöt löytyvät sekä kurssin kirjasta, että esimerkiksi MAOL:n taulukkokirjasta.