

**Matematiikan propedeuttinen kurssi**  
**Harjoitus 5 vko 43**

ke klo 8:15-10 MaD 381  
to klo 14:15-16 MaA 210  
to klo 18:00-20 MaD 259

1. a) Muunna asteet radiaaneiksi ja radiaanit asteiksi. Vastaukset annettava tarkoilla arvoilla.  
i)  $30^\circ$ , ii)  $240^\circ$ , iii)  $\frac{\pi}{9}$  rad, iv)  $\frac{5\pi}{3}$  rad  
b) Mikä on funktion  $f(x) = \tan(6x + 2)$  perusjakson pituus?
2. Kuinka suuren kulman radiaaneissa kellon sekuntiviisari kiertää vuorokaudessa. Kuinka pitkän matkan osoittimen kärki silloin kiertää kun sen etäisyys akselistasta on 1,2cm?
3. Laske muistikolmioiden ja palautuskaavojen avulla (ilman laskinta)
  - a)  $\sin \frac{5\pi}{4}$ .
  - b)  $\cos \frac{5\pi}{4}$ .
  - c)  $\cos(-\frac{4\pi}{3})$ .
  - d)  $\sin \frac{11\pi}{6}$ .
4. Ratkaise seuraavat tehtävät yksikköympyrän ja palautuskaavojen avulla: (huom! kulmaa  $\alpha$  ei tule ratkaista! )
  - a) Tiedetään, että  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ . Määritä  $\sin \alpha$  ja  $\tan \alpha$ , kun kulma  $\pi < \alpha < 2\pi$ .
  - b) Terävän kulman  $\alpha$  sini on  $\frac{2}{3}$ . Määritä sini, kosini ja tangenti kulmalle  $\pi - \alpha$ .
5. Osoita kurssilla käsiteltyjen palautuskaavojen avulla, että

a)

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

b)

$$\tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\sin x \cos x}.$$

6. Tutki funktion  $f$  parillisuutta ja parittomuutta (vrt. harjoitus 4 tehtävä 7), kun

a)  $f(x) = \sin^2 x$ .

b)  $f(x) = \cos^3 x$ .

c)  $f(x) = 1 + \sin x$ .

7. Ratkaise yhtälöt

a)  $\sin(2x + \pi) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b)  $\sin x = \cos x$

8. Kahden kaupungin välinen etäisyys on 100 km. Kaupunkeihin rakennetaan yhtäkorkeat antennitornit. miten korkeita tornien tulisi olla, jotta saavutettaisiin suora näköyhteys? Maapallon säde on noin 6380 km. (vastaus metrin tarkkuudella)

9. Ratkaise epäyhtälöt

a)  $x(x + 1) \geq (x + 2)^2$

b)  $2x^3 + 2x^2 - x < 1$

10. Kun tunnetaan trigonometrinen funktioiden arvojoukot, niin osoita että seuraavat epäyhtälöt ovat totta:

a)  $-1 \leq \cos x + \sin^2 x \leq 2$

b)  $-5 \leq 2 \sin x - 3 \leq -1$

Ensi viikolla käsittelemme tiistaina vielä hieman esimerkkien avulla epäyhtälöiden ratkaisemista ja loppuluennosta siirrymme uuteen aihealueeseen, analyysiin. Aloitamme analyysin käsittelyn tutustumalla raja-arvoon, funktion jatkuvuuden tutkimiseen ja derivointiin.