

Matematiikan propedeuttinen kurssi
Harjoitus 10 vko 48

ke klo 8:15-10 MaD 381
to klo 14:15-16 MaA 210
to klo 16:15-18 MaD 202

1. a) Määritä xy -taso pisteiden $A(a, 0)$ ja $B(0, b)$ välinen etäisyys.
b) Kuinka pitkä on pisteen (a, b) ja x -akselin välinen etäisyys?
c) Mikä on pisteen $(1, 2)$ lyhin etäisyys suorasta $y = 2x + 3$?
2. Piirrä alue, jonka pisteet toteuttavat seuraavan epäyhtälöryhmän. (HUOM! tarpeelliset laskutoimitukset esitettävä)
 - a)
$$\begin{cases} y \geq x^2 + 1 \\ y \leq x + 4 \\ 2(y + x) \leq 2x + 8 \end{cases} .$$
 - b)
$$\begin{cases} y \leq x^2 - 1 \\ x^2 - 2x \leq 8 - y^2 \end{cases} .$$
3. Ympyrän keskipiste on $(4, 5)$ ja säde 4.
 - a) Kirjoita ympyrän yhtälö.
 - b) Miten voit tutkia sijaitseeko piste (a, b) ympyrän kehän sisäpuolella, kehällä vai kehän ulkopuolella?
4. a) Määritä ellipsin $4x^2 + 9y^2 = 36$ puoliakselit ja polttopisteet sekä piirrä kuvio.
b) Minkälainen käyrä on yhtälön $3x^2 + y^2 = 6$ kuvaaja?
5. Neliön kärjet ovat ellipsillä $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$. Kuinka pitkä on neliön sivu?
6. Lue paraabelin analyttisestä geometriasta kirjasta s.74-75 ja tee seuraava tehtävä:

Määritä paraabelin a) $y = 4x^2$ b) $y = -\frac{1}{8}x^2$ c) $y = x^2 - 2x$ huippu, akseli ja johdusuora sekä piirrä paraabelit a) ja b) samaan kuvaan ja c) omaansa.
7. Osoita, että origon kautta paraabelille $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ piirretyt tangentit ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.
8. Osoita, että käyrät $\frac{(x-3)^2 + y^2}{(x+3)^2 + y^2} = C$, Kun vakio C kuuluu välille $]0, 1[$ tai $]1, \infty[$, ovat ympyröitä. Mitkä käyrät saadaan kun $C = 0$ ja $C = 1$?

9. Käyrä $y = f(x) = x^2 - 2x + 3$, x -akseli ja y -akseli ja suora $x = 3$ rajoittavat alueen. Laske alueen pinta-ala A . Määritä ne pisteet a , joille $0 < a < 3$ ja $3f(a) = A$. Mieti mitä yhtälön ratkaisu tarkoittaa geometrisesti.
10. Lelutehtailija valmistaa lasten palikkalaatikoita. Laatikon kannessa on eri muotoisia reikiä, joista vain oikean mallisten palikoiden tulisi mahtua. Jos neliön mallisesta reiästä mahtuvan kuution särmän pituus on 4. Paljonko tulee suoran ympyrälieriön mittojen (pohjan halkaisija ja lieriön korkeus) olla, ettei suora ympyrälieriö ja kuutio mahdu toistensa rei'istä?

HUOM! Laskuharjoitusten torstain iltaryhmä on luennon aikaan luentosalissa.