

## VIIMEINEN HARJOITUS

1. Laske määrättyt integraalit:

$$(a) \int_0^{\pi} \sin x \, dx \quad (b) \int_{-\pi}^{\pi} \cos x \, dx \quad (c) \int_0^{3\pi} (x + \sin x) \, dx$$

Piirrä kunkin integroitavan funktion kuvaaja, arvioi silmämääräisesti kuvaajan ja x-akselin rajaaman alueen pinta-alaa integroimisvälillä ja vertaa tulosta laskemiisi lukuihin.

2. Sama kuin edellä.

$$(a) \int_{-5}^0 \frac{x}{x-1} \, dx \quad (b) \int_{-2}^{2/3} \frac{x}{x-1} \, dx \quad (c) \int_{4/3}^3 \frac{x}{x-1} \, dx$$

3. Laske suoran  $y = \frac{1}{2}x$  ja paraabelin  $y = -x^2 + 2x$  yhdessä rajaaman (äärellisen) alueen pinta-ala.
4. Muodosta funktion  $f : t \mapsto e^{-t}$  kertymäfunktio  $g : x \mapsto \int_0^x f(t) \, dt$  ja laske sen arvo pisteissä 1, 5 ja 10.
5. Auto kiihdyttää tasaisesti 72 km tuntinopeudesta 108:een kuudessa sekunnissa, ohittaa edelläajavan ja hidastaa takaisin nopeuteen 72 km/h 12 sekunnissa. Ilmaise auton nopeus ajan funktiona. Kuinka pitkän matkan auto kulki (a) kiihdytyksen aikana, (b) koko aikana?
6. Peltomyyrän lisääntymiskausi on toukokuusta syyskuuhun, jona aikana kukin naaras synnyttää keskimäärin neljä poikuetta, viisi pentua kerrallaan. Peltomyyrä voi synnyttää jo n. kuuden viikon ikäisenä. Uroksia ja naaraita oletetaan olevan yhtä paljon.
- (a) Kuinka moninkertaiseksi myyräpopulaatio kesässä kasvaisi, elleivät petoeläimet verottaisi sitä?
- (b) Montako uutta myyräpentua syntyisi päivässä kauden puolivälissä (15.7.)?

\*\*\*\* \*\* \*\* \*\* \*\*

<http://www.math.jyu.fi/ylemat>

Nyt on nettisivulla tarjolla myös **itseopiskelutehtäviä** mallivastauksineen!

klo 8:30 MaD 259, klo 14:15 MaA 210, klo 18:00 MaD 302 ja 380

Viikon 46 asiat: määrätty integraali, kertymäfunktio, ss. 173–187.

Demohyvituspisteet otetaan huomioon vain ensimmäisessä tentissä 30.11. tai 14.12. Uusintatenttejä järjestetään myöhemminkin. Muista ilmoittautua tenttiin.