

1. Laske seuraavat raja-arvot (Vihje: lavenna tai supista lauseke ensin jollakin sopivalla lausekkeella).

$$(a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-2x^3 + 5x^2 + 4x - 3}{x + 1} \quad (b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - 1}{5x^2 - 5}.$$

2. Laske raja-arvot:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+2} - 1}{5x^2 - 5} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x}.$$

3. Laske polynomin $ax^2 + bx + c$ juurten raja-arvot, kun a lähestyy nollaa.

4. Etsi funktio, jonka kuvaaja on osa hyperbeliä $\frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{3^2} = -1$.

(Vihje: Ratkaise yhtälöstä y .)

Osoita, että riittävän suurilla muuttujan x arvoilla hyperbelin pisteet tulevat mielivaltaisen lähelle asymptoottisuoraa.

5. Olkoon

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{kun } x \leq a \\ 1 - x^2, & \text{kun } x > a. \end{cases}$$

Millä a :n arvoilla funktio f on jatkuva koko \mathbb{R} :ssä? Piirrä kuvaaja.

6. (a) Esitä funktio $f : x \mapsto \frac{1 + |x|}{1 - |x|}$ paloittain määriteltynä itseisarvomerkit purettuna.

- (b) Piirrä f :n kuvaaja ja tutki, ovatko raja-arvot $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ja $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ olemassa.

7. Vapaasti putoava kappale putoaa ajassa t matkan $s(t) = \frac{1}{2}at^2$, missä $a = 10 \text{ m/s}^2$ on maapallon painovoiman aiheuttama kiihtyvyys (kun ilmanvastusta ei oteta huomioon). Laske kappaleen keskinopeus ilmalennon aikana, kun se pudotetaan (a) 5 m (b) 50 m korkeudelta.

8. (jatkoa) Laske kappaleen hetkellinen nopeus, kun se on pudonnut (a) 5 m (b) 50 m.

**** ** ** ** **

<http://www.math.jyu.fi/ylemat>

Nyt on nettisivulla tarjolla myös **itseopiskelutehtäviä** mallivastauksineen!

klo 8:30 MaD 259, klo 14:15 MaA 210, klo 18:00 MaD 302 ja 380

Viikon 43 asiat: funktion raja-arvot ja jatkuvuus, ss. 128-140.